**Opérations sur les Fractions**

1. **Additions et Soustractions de Fractions**
2. **Égalités de Fractions**

**Propriété**

**Le quotient de deux nombres relatifs ne change pas quand on multiplie (ou quand on divise) ces deux nombres par un même nombre relatif différent de 0.**

$$\frac{a}{b}=\frac{a×c}{b×c} et \frac{a}{b}=\frac{a÷c}{b÷c} avec b\ne 0 et c\ne 0$$

**Exemples**

|  |  |
| --- | --- |
| $$\frac{2}{-0,3}=\frac{2×10}{-0,3×10}$$$$=\frac{20}{-3} $$$$=-\frac{20}{3}$$ | $$\frac{-18}{12}=-\frac{18}{12} $$$$ =-\frac{6×3}{6×2}$$$$ =-\frac{3}{2}$$**Pensez aux critères de divisibilité !!!** |

1. **Addition et Soustraction avec les mêmes dénominateurs**

**Propriété**

**Pour additionner (ou soustraire) des nombres relatifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le même dénominateur.**

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c} avec c\ne 0.$$

**Exemples**

|  |  |
| --- | --- |
| $$\frac{1}{12}+\frac{-7}{12}=\frac{………}{………}$$$$ =-\frac{………}{………}$$$$ =-\frac{………}{………}$$$$ =-\frac{………}{………}$$ | $$\frac{-3}{8}-\frac{-9}{8}=\frac{………}{………}$$$$ =\frac{………}{………}$$$$ =\frac{………}{………}$$$$ =\frac{………}{………}$$ |

1. **Addition et Soustraction avec des dénominateurs différents**

**Propriété**

**Pour additionner (ou soustraire) des nombres relatifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le même dénominateur.**

**Exemples**

|  |  |
| --- | --- |
| **L’un des dénominateurs est multiple de l’autre :** | **Les dénominateurs n’ont aucun diviseur commun :** |
| $$A=\frac{-2}{3}+\frac{7}{9}$$$$A= …………….$$$$A= …………….$$$$A= …………….$$$$A= …………….$$ | $$B=5+\frac{-3}{8}$$$$B= …………….$$$$B= …………….$$$$B= …………….$$$$B= …………….$$ | $C=$ $\frac{1}{4}$ $-$ $\frac{2}{5}$On réduit au même dénominateur 20 qui est le produit des deux dénominateurs.$$C= …………………………$$$$C= …………………………$$$$C= ……………… \rightarrow C= …………$$ |
| **Les dénominateurs ont un (ou des) diviseur(s) commun(s) :**$$D=\frac{7}{20}-\frac{5}{12}$$Il faut trouver un dénominateur commun qui soit multiple de 20 et de 12.Bien sûr, $240=12×20$ convient. Cependant, pour éviter trop de calculs, il vaut mieux choisir un multiple commun à 20 et 12 qui soit le plus petit possible.Il y a deux méthodes possibles : • Le tableau suivant permet de trouver le plus petit multiple commun :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Multiples de 20** | **20** | **40** | **60** | **80** | **100** |
| **Multiples de 12** | **12** | **24** | **36** | **48** | **60** |

• On utilise la décomposition en produits de facteurs premiers :$$20=2×2×5 et 12=2×2×3$$ On en déduit le plus petit multiple commun : $2×2×3×5=60$ |
| $$D=\frac{7}{20}-\frac{5}{12}$$$$D= ………………$$$$D= ………………$$ $D= ………………$ | $$D= ………………$$$$D= ………………$$$$D= ………………$$ |

1. **Multiplication de Fractions**

**Propriété**

**Pour multiplier deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux, et les dénominateurs entre eux en respectant la règle des signes.**

$$\frac{a}{b}×\frac{c}{d}=\frac{a×c}{b×d} et a×\frac{c}{d}=\frac{a×c}{d} avec b\ne 0 et d\ne 0$$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Exemple 1**$$\frac{-5}{7}×\frac{3}{4}= …………$$$$ = …………$$ | **Exemple 2**$$-2×\frac{-5}{7}= …………$$$$ = …………$$ | **Exemple 3** : ***Penser à simplifier avant de calculer !!!***$$\frac{2}{15}×\frac{-21}{14}= …………$$$$ = …………$$$$ = …………$$ |

**Exemple 4** : **Prendre les** $\frac{3}{4}$ **des** $\frac{2}{3} $ **d’une tarte aux mûres.**

|  |  |
| --- | --- |
| $$\frac{3}{4}×\frac{2}{3}= …………$$$$ = …………$$$$ = ………… $$ | $Les \frac{3}{4} des \frac{2}{3} d^{'}une tarte représente …………$ **de la tarte** |

1. **Division de Fractions**
2. **Reprenons le dernier exemple de l’activité**

$$\frac{ \frac{4}{5} }{\frac{7}{3}}=\frac{ \frac{12}{15} }{\frac{35}{15}}=\frac{ \frac{ 12 }{15} ×15 }{ \frac{ 35 }{15}×15 }=\frac{ 12 }{ 35}$$

Comment passer de la fraction du numérateur au résultat en un seul calcul ?

$$\frac{4}{5}×\frac{………}{………}=\frac{12}{35}$$

**Conclusion** : diviser par $\frac{7}{3}$ revient à multiplier par $\frac{………}{………}$ .

1. **Inverse d’un nombre non nul**

**Définition**

**Deux nombres sont inverses si leur produit est égal à** $1$**.**

**Propriété**

• l’inverse d’un nombre $x$ (non nul) est $…………$.

• l’inverse de $\frac{a}{b}$ ($a$ et $b$ non nuls) est $…………$ .

**Exemples**

• L’inverse de $-0,5 $est $…………$ car $\left(-0,5\right)×\left(…………\right)=1$

 • L’inverse de $-8$ est $…………$ car $\left(-8\right)×$ $…………$ $=1$

 • L’inverse de $\frac{2}{3}$ est $…………$ car $\frac{2}{3}$ $×$ $…………$ $=1$

1. **Quotient de nombres en écriture fractionnaire**

**Propriété**

**Diviser un nombre relatif en écriture fractionnaire** $\frac{a}{b}$ **par un nombre relatif en écriture fractionnaire** $\frac{c}{d}$ **, revient à multiplier** $\frac{a}{b}$ **par l’inverse de** $\frac{c}{d}$ **.**

**Autrement dit :**

$$\frac{a}{b}÷\frac{c}{d}=\frac{a}{b}×\frac{d}{c} ou \frac{ \frac{a}{b} }{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}×\frac{d}{c}$$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Exemple 1**$$\frac{-5}{7}÷\frac{3}{4}= …………$$$$ = …………$$ | **Exemple 2**$$\frac{3}{4}÷2= …………$$$$ = …………$$ | **Exemple 3** : ***Calculs à « étages »*** |
| $$\frac{\frac{6}{5}}{7}= …………$$$$ = …………$$ | $$\frac{\frac{5}{2}}{\frac{9}{7}}= …………$$$$ = …………$$ |

**• La place du signe « = » par rapport aux traits de fractions est très importante….**

**Alors ATTENTION !!!**

1. **Quotients égaux et produit en croix**
2. **Règle**

**Propriété**

$$Si \frac{a}{b}=\frac{c}{d} alors a×d=b×c$$

$$Si a×d=b×c alors \frac{a}{b}=\frac{c}{d} (avec b\ne 0 et d\ne 0)$$

**Exemples**

$$ Equations du type : \frac{x}{a}=\frac{b}{c}$$

|  |  |
| --- | --- |
| $$ \frac{x}{3}=\frac{5}{2}$$$$…………= …………$$$$ …………= …………$$$$ x= …………$$La solution de l’équation est $…………$. | $$ \frac{-4}{x}=\frac{3}{5}$$ $…………= …………$On peut passer directement à cette étape. On parle alors de quatrième proportionnelle.$$ …………= …………$$$$ x= …………$$ La solution de l’équation est $…………$. |

1. **Applications**

Résoudre les équations ci-dessous :

|  |  |
| --- | --- |
| $$\frac{x}{2}=\frac{11}{7}$$$$…………= …………$$$$x= …………$$$$x= …………$$La solution de l’équation est $…………$. | $$\frac{7}{x}=12$$$$…………= …………$$$$x= …………$$La solution de l’équation est $…………$. |