**Contrôle Option Maths Expertes**

**30/01/2025**

***Congruences & Divisibilité – Calculatrice Autorisée***

**Exercice 1 2 pts**

On recherche les entiers relatifs tels que divise .

1. Vérifier que pour tout  : .
2. Trouver tous les entiers relatifs tels que divise

**Exercice 2 3 pts**

1. Quel est le reste dans la division euclidienne de et par ?
2. Montrer que .
3. Quel est le reste de dans la division par  ?
4. Quel est le reste de dans la division par  ?

**Exercice 3 4 pts**

Pour tout entier naturel , on pose .

1. Calculer . Vérifier que .
2. Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de par .
3. Démontrer que pour tout , est un multiple de .

**Exercice 4 3 pts**

1. Montrer que, pour tout entier naturel , .
2. Expliquer comment on trouve le reste de la division par du nombre , sans poser la division.

**Exercice 5 4 pts**

On appelle inverse de modulo un entier tel que .

1. Déterminer un inverse de .
2. Est-il vrai que est son propre inverse ?
3. Le nombre admet-il un inverse ? Justifier.
4. Résoudre dans les équations :

**Exercice 6 4 pts**

Soit l’équation

1. Résoudre cette équation à l’aide d’une table de congruence.
2. Donner les solutions de cette équation qui sont dans l’intervalle .