**Contrôle : option Maths Expertes**

**26/09/2024**

**Nombres Complexes – Calculatrice Autorisée**

**Exercice 1 4 pts**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.*

*Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.* ***Aucune justification n’est demandée.***

1. Soit $z=(3-i)(5+3i)$. La partie imaginaire du nombre complexe $\overbar{ z }$ est :

$a) -4$ **b)** $4$ **c)** $4i$ $d)$ $-5i$

1. La forme algébrique de l’inverse du nombre complexe $a=2-3i$ est :

$$a) a=\frac{1}{2}-\frac{1}{3} i b) a=-\frac{2}{5}-\frac{3}{5} i c) a=\frac{2}{5}+\frac{3}{5} i d) a=\frac{2}{13}+\frac{3}{13} i$$

1. Soit le polynôme $P$ tel que $P\left(z\right)=z^{3}-2z^{2}+2z$. Alors $P\left(2i\right)= :$ :

$a) 2-6 i$ **b)** $2+12 i$ **c)** $8+12 i$ $d)$ $8-4 i$

1. L’équation $\left(-4+3 i\right) z=4+2 i$ a pour solution :

$$a) a=-\frac{24}{25}-\frac{4}{5} i b) a=\frac{24}{25}+\frac{4}{5} i c) a=-\frac{2}{5}-\frac{4}{5} i d) a=\frac{2}{5}+\frac{4}{25} i$$

**Exercice 2 2 pts**

Écrire les nombres complexes suivants sous la forme algébrique :

$$z\_{1}=\frac{4+3 i}{1+2 i} z\_{2}=\frac{(2-5 i)(1-3 i)}{-1+i}$$

**Exercice 3 5 pts**

Résoudre dans $C$ les équations suivantes, en donnant la solution sous forme algébrique :

$$1) \left(2+4 i\right)\left(z-2 i\right)=1$$

$$2) \left(3+2 i\right)z+\left(1-5 i\right)\overbar{ z }=-19-2 i (on pourra poser : z=x+iy avec x et y des réels)$$

$$3) \frac{z-3 i+1}{z-3}=\frac{1}{4} pour z\ne 3$$

**Exercice 4 4 pts**

Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $\left(O ;\vec{u} ;\vec{v} \right).$

On donne les points $A, B$ et $C$ d’affixes respectives :

$$z\_{A}=-1+i  ; z\_{B}=2+i et z\_{C}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2} i.$$

1. Placer dans le plan les points $A, B$ et $C$.
2. Calculer les affixes des vecteurs $\vec{AB }, \vec{AC }$ et $\vec{BC }$.
3. En déduire les longueurs $AB, AC$ et $BC$.
4. Le triangle $ABC$ est-il rectangle en $C $?

**Exercice 5 5 pts**

Soit $z=x+i y$, $x$ et $y$ étant deux réels tels que $\left(x ;y\right)\ne (1 ;0)$.

On pose :

$$Z=\frac{z+2 i}{z-1}.$$

1. Exprimer $X$ la partie réelle de $Z$ en fonction de $x$ et $y$.

Exprimer $Y$ la partie imaginaire de $Z$ en fonction de $x$ et $y$.

1. Déterminer l’ensemble des points d’affixe $z$ tels que :
	1. $Z$ soit un nombre réel.
	2. $Z$ soit un imaginaire pur.



**Nom** :

**Prénom** :



**-1**

**2**

**1**

**-2**

**-1**

**3**

**2**

**1**

**O**