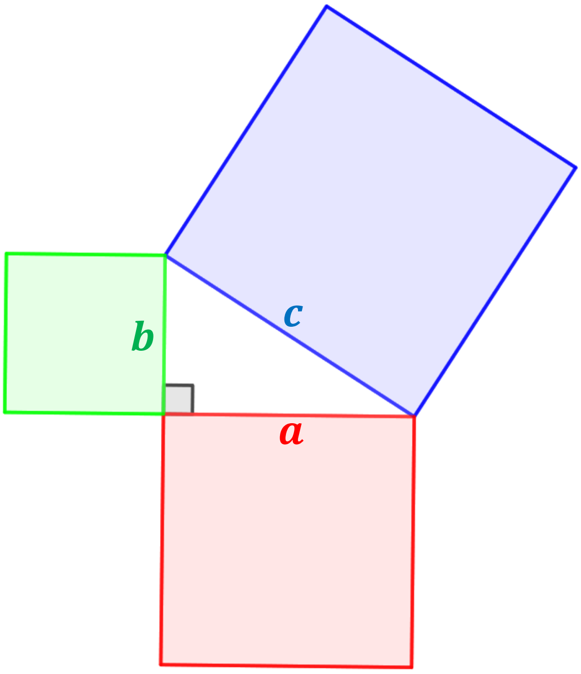
THÉORÈME DE PYTHAGORE : DÉMONSTRATION.



- Quelle est l'aire du carré bleu ? ………………………………………………………………
- Quelle est l'aire du carré rouge ? ……………………………………………………………
- Quelle est l'aire du carré vert ? ………………………………………………………………

L'aire du grand carré bleu est-elle la somme des aires des deux autres carrés ?

Pour répondre à cette question, vous allez étudier trois cas.

Cas n°1 : ………………………………………………………………

Cas n°2 : ………………………………………………………………

Grâce à ces deux observations, quelle égalité peux-tu écrire ?

……

C'est l'égalité du théorème de Pythagore.

Cas n°3 : ………………………………………………………………

Comment peux-tu expliquer le cas n°3 ?

……

……

Conclusion : quelle est la condition nécessaire et indispensable pour pouvoir utiliser le théorème de Pythagore ? ……………………………………………………………………………………

THÉORÈME DE PYTHAGORE ET RÉCIPROQUE

I) Outil indispensable au théorème de Pythagore : les racines carrées.

1) Définition :

a désigne un nombre **positif.** La **racine carrée** de a est le nombre positif dont le carré est a.

Ce nombre est noté $\sqrt{a}$ et se lit « racine carrée de a »

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

Exemples :

$\sqrt{25} =$ … … car … … … … … La calculatrice n'est pas nécessaire ici !

$\sqrt{12} \approx$ … … … … … Ici la calculatrice est indispensable !

2) Carrés parfaits à connaître :

Un carré parfait est le carré d'un nombre entier.

Nombre entier	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Carré parfait	……	……	……	……	……	……	……	……	……	……	……	……	……

La racine carrée d'un carré parfait est donc un nombre entier.

3) Encadrement d'une racine carrée :

On ne peut pas calculer $\sqrt{17}$ sans calculatrice mais, si on encadre 17 entre deux carrés parfaits :

… … $< 17 <$ … … , alors on peut déduire l'encadrement de $\sqrt{17}$ entre deux entiers consécutifs :

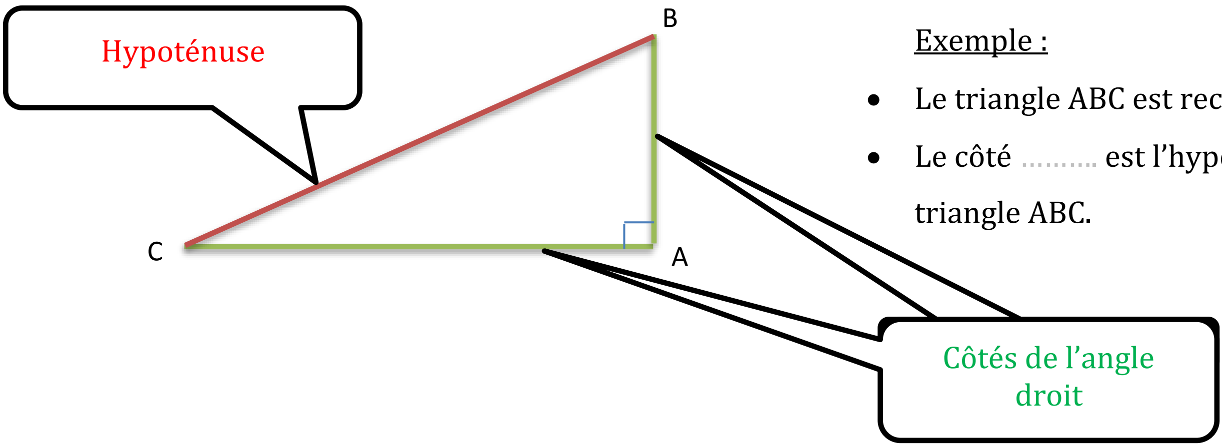
$$\ldots\ldots < \sqrt{\mathbf{17}} < \ldots\ldots$$

Exemples :

… … $< 31 <$ … … donc … … $< \sqrt{31} <$ … … ; … … $< 107 <$ … … donc … … $< \sqrt{107} <$ … …

II) Vocabulaire :

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.



Exemple :

- Le triangle ABC est rectangle en …… ;
- Le côté ……… est l'hypoténuse du triangle ABC.

III) Théorème de Pythagore :

Énoncé du théorème : Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

Application 1 : **Comment calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle ?**

- **Calcul de l'hypoténuse.**
  ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 3 cm et AC = 4 cm. Calculer BC.

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …

- **Calcul d'un côté de l'angle droit.**

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …

IV) Réciproque du théorème de Pythagore :

Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle. Le plus grand côté est l'hypoténuse.

Application 2 : **Comment démontrer si un triangle est rectangle ?**

- Le triangle ABC tel que AB = 6,5 ; BC = 3,2 et AC = 5,6 est-il rectangle ?

  Repérer le plus grand côté, dans le triangle ABC :

… …

… …

  Puis calculer la somme des carrés des deux autres côtés :

… …

… …

… …

  Comparer les résultats obtenus et conclure :

… …

… …

… …

- Démontrer que le triangle SET tel que ET = 13 cm, SE = 5 cm et ST = 12 cm est rectangle.

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …

… …