

FONCTIONS : GÉNÉRALITÉS

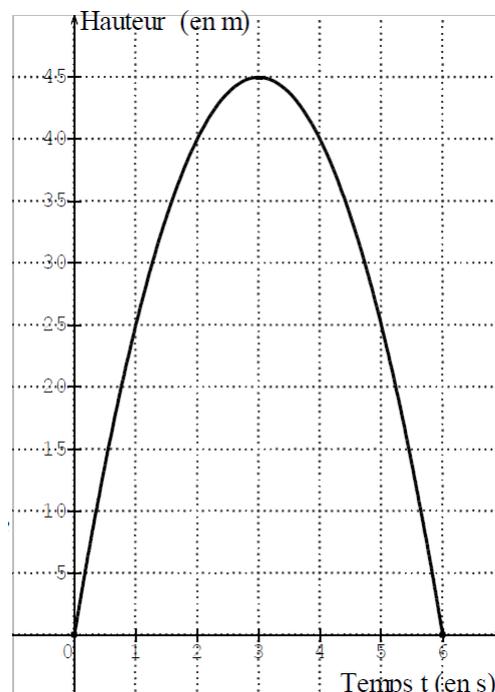
I- ACTIVITÉS :

ACTIVITÉ 1

A l'instant initial $t = 0$, une machine lance, vers le ciel, une balle de tennis. La courbe ci-contre donne la hauteur de la balle pour l'instant t compris entre 0 et 6 secondes.

Lire graphiquement :

1. La hauteur de la balle à l'instant $t = 2$:
.....
2. Les instants où la balle est à une hauteur de 25 mètres :
.....
3. L'instant où la balle atteint sa hauteur maximale :
.....
4. La hauteur maximale de la balle :



Pendant le déplacement de la balle, le temps t s'écoule de 0 à 6 secondes : on dit que t est une

Par lecture graphique, à chaque instant, on la hauteur de la balle. En mathématiques, on dit que l'on a défini une h qui à chaque instant t associe la hauteur de cet instant, cette hauteur se note (on lit). On dit que

ACTIVITÉ 2

Le tableau ci-dessous donne la puissance (en kilowatts, kW) délivrée par une éolienne selon la vitesse du vent (en m/s).

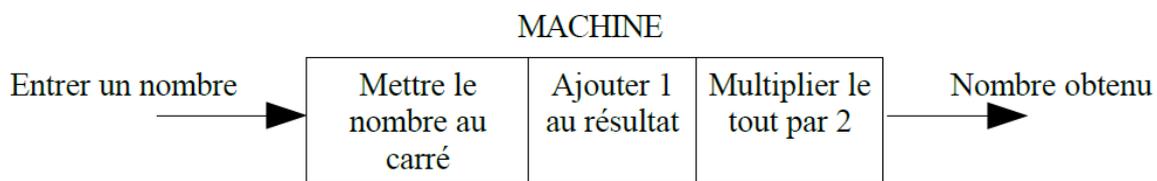
Vitesse	8	10	12	14	16	18	20	22
Puissance	30	60	115	175	180	175	168	165

1. Lire dans ce tableau la puissance délivrée pour un vent de 16 m/s :
.....
2. Lire dans ce tableau la vitesse du vent à laquelle l'éolienne produit une puissance de 60 kW :
.....

- A chaque vitesse du vent correspond une unique puissance. Compléter :
Ce tableau définit donc une fonction P qui à une associe la
- D'après le tableau, $P(20)=168$. Que signifie cette écriture pour la situation ?
.....
- D'après le tableau, pour quelles vitesses v a-t-on $P(v) = 175$?

ACTIVITÉ 3

Voici une machine qui, lorsqu'on introduit un nombre, lui associe un unique nombre.
On peut assimiler ce processus à une fonction f .



- Vérifier que $f(4) = 34$, c'est-à-dire que si l'on entre le nombre 4, alors on obtient le nombre 34 :
.....
.....

On dit que 34 est l'image de 4 par la fonction f .

- Vérifier que 34 est aussi l'image de -4 par la fonction f :
.....
.....

*On dit que 4 et -4 sont des **antécédents** de 34 par la fonction f .*

- Calculer $f(-1), f(1), f(100), f(2,5)$ et $f\left(\frac{5}{3}\right)$:
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- Si x désigne un nombre, donner l'expression de $f(x)$:
.....

5. Trouver des antécédents de 10 :

.....

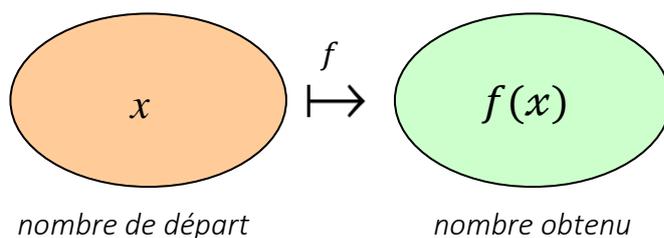
.....

.....

.....

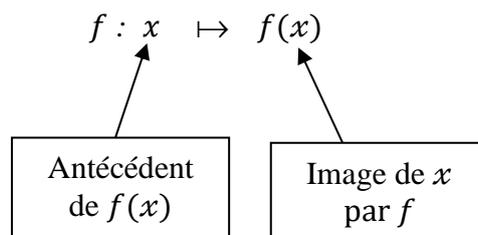
II- NOTATIONS ET VOCABULAIRE

Une **fonction** est un programme de calculs (un processus) qui, à un nombre donné, fait correspondre un autre nombre.



On dit que :

- l'**image** de x par la fonction f est $f(x)$.
- x est un **antécédent** de $f(x)$ par f .



L'expression de $f(x)$ dépend de la valeur de x et varie en fonction de x . x est aussi appelée la **variable**.

Remarque : $f(x)$ se lit « f de x ».

Exemple : Soit la fonction $f : x \mapsto 2x$.

- Cette fonction f , au nombre 5, associe son double, c'est-à-dire 10.
- On dit que : l'**image** de 5 par la fonction f est 10 et on note $f(5) = 10$.
- 5 est un **antécédent** de 10 par la fonction f .

Applications :

1. Soit les fonctions f , g et h définies par les processus suivants :

- Le processus f calcule le double du nombre introduit.
- Le processus g calcule la racine carrée du nombre introduit.
- Le processus h calcule le carré du nombre introduit.

L'image de 3 par la fonction f est

On a : $f(3) = \dots\dots\dots$

L'image de 8 par la fonction f est

On a : $f(\dots) = \dots\dots\dots$

L'image de 49 par la fonction g est On a : $g (...)$ =
 L'image de - 6 par la fonction h est On a : $h (...)$ =
 Un antécédent de 30 par la fonction f est On a : $f (...)$ =
 Un antécédent de 11 par la fonction g est On a : $g (...)$ =

Remarque importante : L'image de 4 par la fonction h est

L'image de (- 4) par la fonction h est

Compléter : « Les nombres 4 et - 4 ont la même par la fonction h .

Le nombre admet deux 4 et - 4 par la fonction h . »

Un nombre peut-il avoir plusieurs images ? :

Un nombre peut-il avoir plusieurs antécédents ? :

2. Considérons la fonction $f: x \mapsto 5x - x^2$

On note ainsi : $f(x) = 5x - x^2$ (c'est un nombre, l'image de x par f)

Calculer les images de 2,5 et 1 par f :

.....

3. Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x}$

- Compléter le tableau de valeurs :

x	4	10,24	16	20,25
\sqrt{x}				

- Compléter alors :

L'image de 4 par f est

Un antécédent de 4 par f est

$f : \dots \mapsto 3,2$

$f(20,25) = \dots$

- Calculer $f(4,41)$ et $f(1\ 310,44)$:

.....

III- REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION

Soit la fonction $f : x \mapsto x^2$

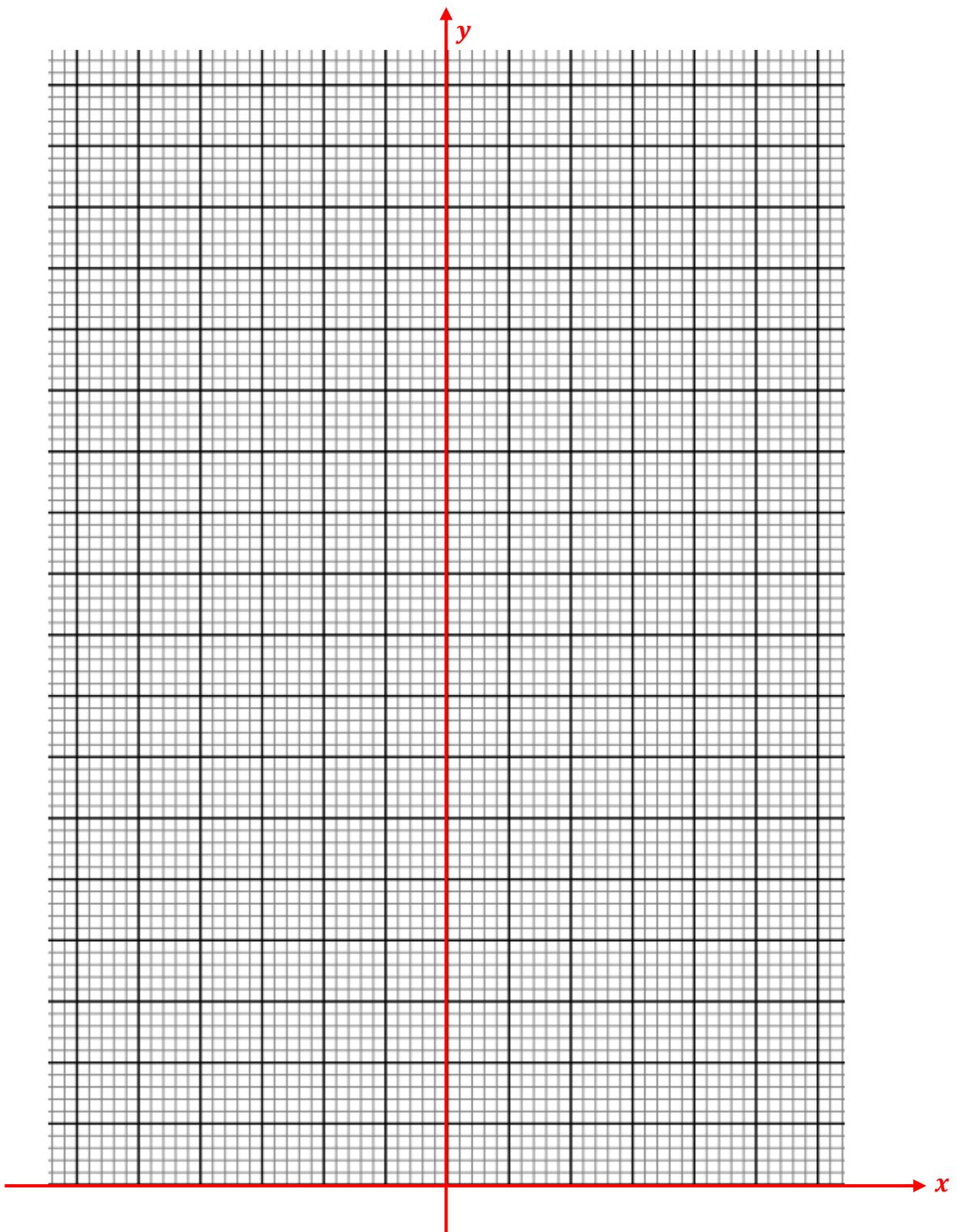
1. **Tableau de valeurs :** compléter le tableau ci-dessous.

x	-5	-4,5	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,7	-0,5	-0,3	0
$y = f(x)$												
x	0,3	0,5	0,7	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y = f(x)$												

2. **Représentation graphique :**

- Sur la feuille de papier millimétré (voir page suivante) tracer un repère en prenant le cm comme unité sur chaque axe.
- Placer les points de coordonnées $(x; y)$ avec $y = f(x)$ (voir tableau ci-dessus).
- Relier à main levée les points obtenus par une courbe régulière.

On admet que le tracé effectué est la courbe représentative de la fonction f .



3. **Lecture graphique :**

- Quelle est l'image du nombre -1 ? : $f(-1) = \dots\dots\dots$
- Quelle est l'image du nombre -3 ? : $f(-3) = \dots\dots\dots$
- Quelle est l'image du nombre 4 ? : $f(4) = \dots\dots\dots$
- Quels semblent être les antécédents du nombre 5 ? : $\dots\dots\dots$

Vérifier en résolvant l'équation $f(x) = 5$

.....

.....

- Déterminer graphiquement les antécédents du nombre 2, puis résoudre l'équation correspondante pour vérifier la réponse.

.....

.....

.....

- Déterminer approximativement, par lecture graphique, les antécédents du nombre 7. Quelles sont les valeurs exactes de ces antécédents ?

.....

.....

.....

BILAN :

Pour représenter graphiquement une fonction, on construit un tableau de valeurs puis on utilise un repère : on trouve en abscisse l'antécédent x et en ordonnée son image $f(x)$.

Reprenons la fonction $f: x \mapsto 5x - x^2$ (vue précédemment).

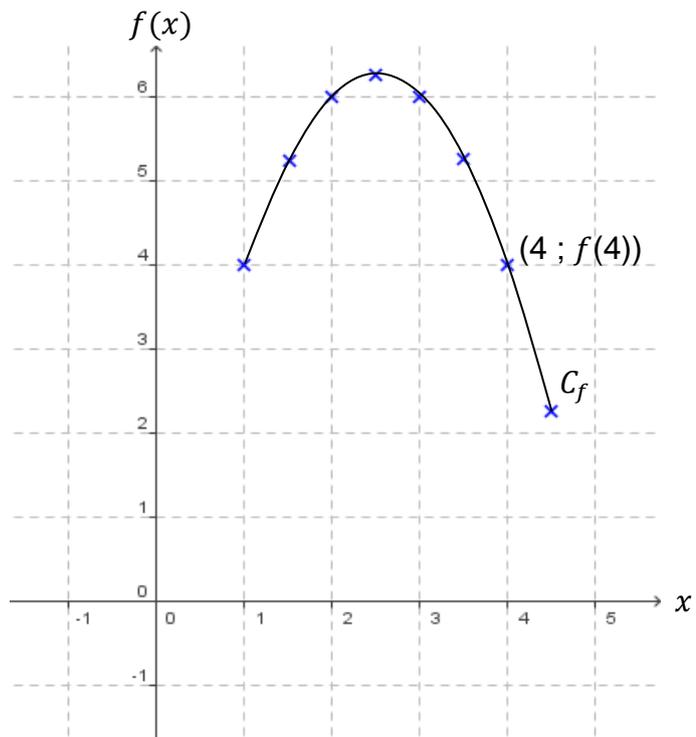
x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
$f(x)$	4	5,25	6	6,25	6	5,25	4	2,25

En reliant les points, on obtient une courbe que l'on peut noter C_f .

Tout point de la courbe C_f possède donc des coordonnées de la forme $(x; f(x))$

Ou alors :

(antécédent ; image)



IV- EXERCICES

1. Voici des renseignements sur une fonction f . Compléter :

En français	En mathématique
L'image de 5 est 2.	$f(\dots) = \dots$
- 3 est l'image de 7.	$f(\dots) = \dots$
13 est l'antécédent de 9.	$f(\dots) = \dots$
- 6 a pour antécédent 2.	$f(\dots) = \dots$

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{2x+1}{4}$.

Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	- 1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
$g(x)$						

3. g est une fonction définie par le graphique ci-dessous :

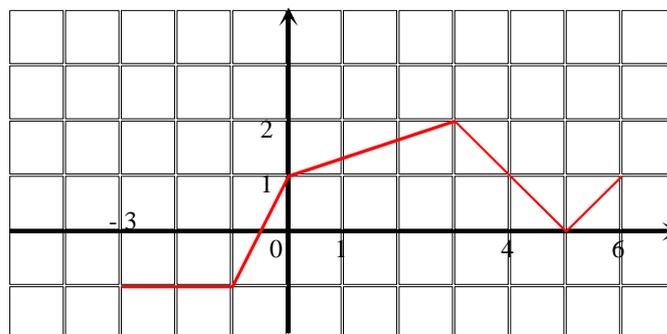
- Lire les images de 0, de 2, de 5 :

.....

- Lire les antécédents de 1, de - 1 :

.....

- Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent :



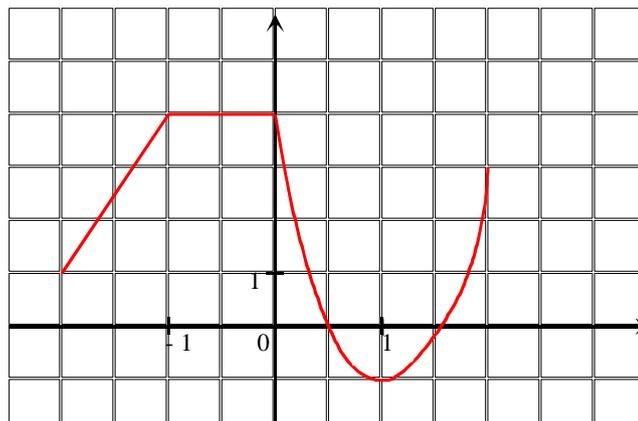
4. Le graphique ci-dessous définit une fonction f .

- Lire $f(0,5)$, $f(-2)$, $f(0)$:

.....

- Citer un nombre qui n'a aucun antécédent :

.....

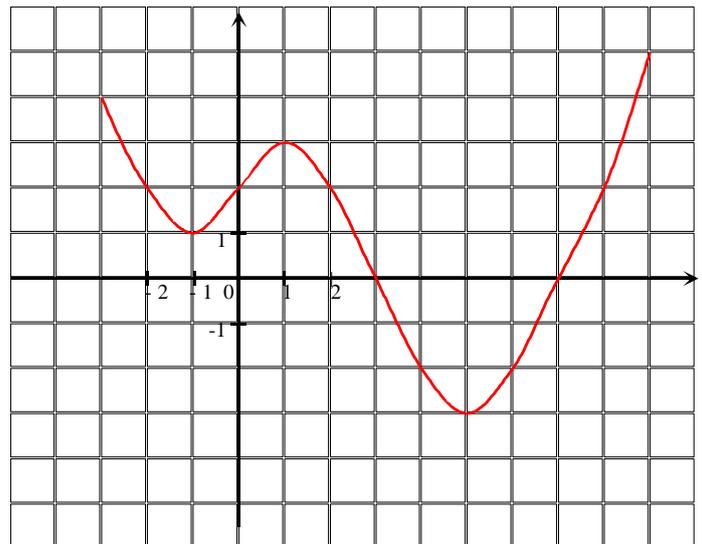


- Citer un nombre qui n'a qu'un seul antécédent :
- Citer un nombre qui a trois antécédents :
- Citer un nombre qui a deux antécédents :
- Citer un nombre qui a plus de trois antécédents :

5. On a représenté une fonction h pour des valeurs de x comprises entre -3 et 9 .

Par lecture graphique, déterminer :

- L'image par h du nombre 8 :
- $h(-1) =$
- Les antécédents par h du nombre 0 :
.....
- L'image par h du nombre -3 :
- Les antécédents par h du nombre -2 :
.....
- Les antécédents par h du nombre 2 :
.....



6. Soit la fonction linéaire $g: x \mapsto 3x$.

- Calculer l'image de (-4) :
.....

Donc $g(\dots) = \dots$

- Calculer le nombre dont l'image est (-15) :
.....

Donc $g(\dots) = \dots$

7. Soit la fonction linéaire $h: x \mapsto -7x$.

- Calculer l'image de (-2) :
.....

Donc $h(\dots) = \dots$

- Calculer le nombre dont l'image est 35 :
.....

Donc $g(\dots) = \dots$

8. Compléter le tableau suivant, sachant que f est la fonction définie par $f(x) = -5x + 3$

x	-3	-1	0	2	5	8
$f(x)$						

9. Soit la fonction linéaire $f: x \mapsto 2x$.

x	$f(x)$
	2
1	
	4
10	
	40

Questions :

- Quelle est l'image de 2 ?
- Quel nombre a pour image 2 ?
- Compléter :

$$f(20) = \dots\dots\dots$$

$$f(\dots\dots\dots) = 20$$

10. Soit la fonction linéaire $g: x \mapsto -3x$.

x	$g(x)$
3	
	-6
-4	
	15

Questions :

- Quelle est l'image de 3 ?
- Quel nombre a pour image 12 ?
- Compléter :

$$g(-5) = \dots\dots\dots$$

$$g(\dots\dots\dots) = 9$$