

PUISSANCES ET ÉCRITURES SCIENTIFIQUES

- DÉFINITION :**

Le nombre réel a , à la puissance n (ou à l'exposant n) est défini par :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

a étant un nombre réel et n un entier non nul.

- RÈGLES :**

m et p sont des nombres entiers relatifs.

$$a^m \times a^p = a^{m+p}$$

$$\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$$

$$(a^m)^p = a^{m \times p}$$

Exemples :

$$\begin{aligned} 2^7 \times 2^2 &= 2^{7+2} = 2^9 \\ 10^{-3} \times 10^6 &= 10^{-3+6} = 10^3 \\ x^3 \times x^{-7} &= x^{3-7} = x^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2^3}{2^7} &= 2^{3-7} = 2^{-4} \\ \frac{10^7}{10^{-4}} &= 10^{7+4} = 10^{11} \\ \frac{x^{-5}}{x^{-2}} &= x^{-5+2} = x^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2^3)^4 &= 2^{3 \times 4} = 2^{12} \\ (10^{-5})^3 &= 10^{-5 \times 3} = 10^{-15} \\ (x^{-2})^{-7} &= x^{-2 \times (-7)} = x^{14} \end{aligned}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Exemples :

$$\begin{aligned} 6^{-5} &= \frac{1}{6^5} \\ 10^{-8} &= \frac{1}{10^8} \\ x^{-3} &= \frac{1}{x^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5 \times 7)^4 &= 5^4 \times 7^4 \\ 5^{-3} \times 2^{-3} &= 10^{-3} \\ (-3y)^3 &= (-3)^3 \times y^3 = -27y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{2}\right)^7 &= \frac{5^7}{2^7} \\ \left(\frac{3}{10}\right)^4 &= \frac{3^4}{10^4} \\ \left(\frac{2}{x}\right)^2 &= \frac{2^2}{x^2} = \frac{4}{x^2} \end{aligned}$$

- REMARQUES :**

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

0^0 n'est pas défini,
n'existe pas.

$$\begin{aligned} 3^0 &= 1 \\ (-12,6)^0 &= 1 \\ \pi^0 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^1 &= 3 \\ (-12,6)^1 &= -12,6 \\ \pi^1 &= \pi \end{aligned}$$

• **PUISSANCES DE DIX :**

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}} = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-m} = \frac{1}{10^m} = \underbrace{0,000 \dots 0}_{n \text{ zéros}} 1$$

$$10^3 = 1\,000 : \text{mille}$$

$$10^6 = 1\,000\,000 : \text{un million}$$

$$10^9 = 1\,000\,000\,000 : \text{un milliard}$$

$$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000 : \text{mille milliards} \\ (\text{ou un billion})$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1 : \text{un dixième}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0,01 : \text{un centième}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001 : \text{un millième}$$

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0,000\,001 : \text{un millionième}$$

• **PRÉFIXES :**

10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
téra	Giga	méga	kilo	hecto	déca	déci	centi	milli	micro	nano	pico
T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ (mu)	η (nu)	p

• **NOTATION SCIENTIFIQUE :**

Ecrire un nombre en écriture scientifique c'est l'exprimer sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où a est un nombre compris entre 1 inclus et 10 exclu et n est un entier relatif.

$$3,7 = 3,7 \times 10^0$$

$$83,1 = 8,31 \times 10^1$$

$$12\,300 = 1,23 \times 10^4$$

$$-250 = -2,5 \times 10^2$$

$$0,5 = 5 \times 10^{-1}$$

$$-0,000\,47 = -4,7 \times 10^{-4}$$

$$0,000\,071 = 7,1 \times 10^{-5}$$

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 2,5 \times 10^{-1}$$

• **ORDRE DE GRANDEUR :**

La puissance de 10 la plus proche de la notation scientifique d'un nombre donne l'ordre de grandeur de ce nombre.

Nombre	$1,23 \times 10^4$	$8,31 \times 10^1$	$7,1 \times 10^{-5}$
Ordre de grandeur	10^4	10^2	10^{-4}

FRACTIONS

- ADDITION ET SOUSTRACTION DE FRACTIONS :**

Si les dénominateurs sont différents, on réduit d'abord au même dénominateur, puis on additionne les numérateurs.

Exemples :

* Les deux fractions ont le même dénominateur : $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$

* Un des dénominateurs est multiple de l'autre : * Cas général :

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} + \frac{5}{8} &= \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{5}{8} \\ &= \frac{6}{8} + \frac{5}{8} \\ &= \frac{11}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{5}{3} + \frac{2}{7} &= \frac{5 \times 7}{3 \times 7} + \frac{2 \times 3}{7 \times 3} \\ &= \frac{35}{21} + \frac{6}{21} \\ &= \frac{41}{21}\end{aligned}$$

- MULTIPLICATION D'UN NOMBRE PAR UNE FRACTION :**

Exemple :

$$\frac{2}{25} \times 75 = \begin{cases} \frac{2 \times 75}{25} = \frac{150}{25} = 6 \\ \frac{75}{25} \times 2 = 3 \times 2 = 6 \end{cases}$$

- MULTIPLICATION DE DEUX FRACTIONS :**

On multiplie les deux numérateurs entre eux et les deux dénominateurs entre eux en cherchant à simplifier avant d'effectuer ces multiplications.

Exemples :

$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{20}{21}$$

$$\frac{15}{22} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times \textcolor{blue}{3} \times \textcolor{blue}{2}}{11 \times \textcolor{blue}{2} \times \textcolor{blue}{3}} = \frac{5}{11}$$

- **INVERSE D'UNE FRACTION :**

L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

Exemples : l'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$; l'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$.

- **DIVISION PAR UNE FRACTION :**

Diviser par un nombre, cela revient à multiplier par son inverse.

Donc diviser par $\frac{a}{b}$ revient à multiplier par $\frac{b}{a}$.

Exemples :

$$\begin{aligned} 5 \div \frac{4}{7} &= 5 \times \frac{7}{4} \\ &= \frac{35}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{4}{7} &= \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} \\ &= \frac{21}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{11}} &= \frac{2}{3} \times \frac{11}{7} \\ &= \frac{22}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{5}{3}}{\frac{11}{11}} &= \frac{5}{3} \times \frac{1}{11} \\ &= \frac{5}{33} \end{aligned}$$