

# CONTRÔLE N°1 - SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES

Raisonnement par Récurrence

17/09/2024

## EXERCICE 1

3 pts

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 3$  et si  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = 2u_n + 4$ .

Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n > 0$ .

## EXERCICE 2

4 pts

Soit la suite  $(v_n)$  définie par  $v_0 = 2$  et pour tout  $n \geq 0$ ,  $v_{n+1} = 1 + \frac{1}{v_n}$ .

Démontrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $\frac{3}{2} \leq v_n \leq 2$ .

## EXERCICE 3

4 pts

Pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose :

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , montrer que :

$$S_n = \frac{n}{n+1}$$

## EXERCICE 4

4 pts

On considère la suite  $(u_n)$  telle que  $u_0 = 7$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 2u_n - 3$ .

Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 2^{n+2} + 3$ .

## EXERCICE 5

5 pts

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 3$  et pour tout entier naturel  $n$ ,

$$u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n + 5}$$

Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,

$$u_n = \frac{9 - 8n}{3 + 8n}$$

Voici quelques blagues pour détendre l'atmosphère... Bon courage à vous et penser à bien rédiger !!!

- L'éléphant est énorme, mais le mammoth est  $(n+1)$ -norme.
- Monsieur et Madame Naume ont une fille. Comme s'appelle-t-elle ? **Réponse** : Pauline.
- Monsieur et Madame Éaire ont une fille, comment s'appelle-t-elle ? **Réponse** : Coline
- Pourquoi il ne faut pas faire de bruit près de 1,618 ? Parce que le nombre d'or.
- Que dit un mathématicien qui hésite ? 2,718281828... (e)