

CONTROLE DE SPECIALITE DE MATHÉMATIQUES

29/11/2024

La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

CALCULATRICE AUTORISÉE – DUREE 1 h 30

EXERCICE 1

6 pts

Déterminer les limites des fonctions suivantes : (*on écrira les éventuelles asymptotes...*)

1) $f(x) = e^{3x} - e^{2x} - 1$ en $+\infty$ et en $-\infty$

2) $g(x) = \frac{e^{3x} - 3}{e^x + 1}$ en $+\infty$ et en $-\infty$

3) $h(x) = x + 1 + \frac{3}{e^x + 1}$ en $+\infty$ et en $-\infty$

4) $i(x) = \frac{3x - 10}{2x^2 + 5x + 2}$ en $+\infty$ et en $-\infty$

5) $j(x) = e^{-x} \cos(x)$ en $+\infty$ et en $-\infty$

EXERCICE 2

2 pts

Soient les fonctions u et v les fonctions définies sur \mathbb{R} par $u(x) = e^{-x}$ et $v(x) = -3x^3 + 4x + 5$

- 1) Exprimer $(u \circ v)(x)$ et calculer ses limites en $+\infty$ et en $-\infty$.
- 2) Interpréter graphiquement les résultats précédents.

EXERCICE 3

3 pts

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} telle que, pour tout réel x , $5 \leq f(x) \leq 8$.

On considère la fonction g définie par

$$g(x) = \frac{3f(x) - 1}{x}.$$

Étudier la limite de g en $-\infty$.

EXERCICE 4

4 pts

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} telle que :

$$f(x) = (x + 1)e^x.$$

- 1) Calculer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter les résultats si nécessaire.
- 2) Démontrer que pour tout réel x $f'(x) = (x + 2)e^x$.
- 3) Dresser le tableau de variations de f sur \mathbb{R} , sans oublier les valeurs importantes à rajouter.

EXERCICE 5

5 pts

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{x}{e^x - x}.$$

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère.

- 1) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^x - x - 1$.
 - a. Étudier les variations de la fonction g sur \mathbb{R} . En déduire le signe de $g(x)$.
 - b. Montrer que, pour tout réel x , $e^x - x$ est strictement positif.
- 2) .
 - a. Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$.
 - b. Interpréter graphiquement les résultats précédents.
- 3) .
 - a. Calculer $f'(x)$.
 - b. Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variations.
 - c. **BONUS** : déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.



Et vous ? Vous faites partie de quelle catégorie ?

Bon courage et amusez-vous bien, enfin un tout petit peu... ^^



VOUS SAVEZ A QUI ELLE ME FAIT PENSER !!!!! ^^