**BACCALAUREAT GÉNÉRAL BLANC**

**SESSION 2025**

**MATHÉMATIQUES**

**ÉPREUVE DU Jeudi 12 Décembre 2024**

**Durée de l’épreuve : 4 heures**

**Enseignement de Spécialité**

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, en mode examen, conformément à la règlementation en vigueur.** **METTRE SA CALCULATRICE EN MODE EXAMEN.**

**Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l’indiquer clairement sur la copie.**

**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu’il aura développée.**

**Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l’appréciation des copies.**

***Avant de composer, le candidat s’assurera que le sujet comporte bien 7 pages numérotées (ne pas rendre le sujet).***

**Exercice 1 *5 pts***

**PARTIE A**

**La partie** $A$ **de cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).**

**Pour chacune des 8 questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple, ou l’absence de réponse à une question ne rapporte ni n’enlève de point.**

**Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.**

**Aucune justification n’est demandée dans la partie** $A$**.**

L’espace est rapporté à un repère $\left(O ;\vec{i} , \vec{j} , \vec{k}\right)$. On considère :

 • les points $A\left(2 ;5 ;4\right) ; B(4 ;1; -2)$ et $C(7 ; -1 ;6)$ ;

 • la droite d de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{c}x=-3+2t\\y=15+6t \\z=19-4t \end{array}\right.$ où $t\in R$.

1. Les points $A, B$ et $D$ sont alignés lorsque les coordonnées de $D$ sont :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. $D(2 ;8 ;7)$
 | 1. $D(3 ;3 ;1)$
 | 1. $D(5 ;3 ; -2)$
 | 1. $D(22 ; -35 ;10)$
 |

1. On considère le point $E$ tel que $\vec{AE }=\vec{AB }+2 \vec{AC }$. Les coordonnées du point $E$ sont :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. $E(12 ;-16 ;-2)$
 | 1. $E(11 ;-9 ;-6)$
 | 1. $E(14 ;-11 ; 2)$
 | 1. $E(2 ; 8 ;7)$
 |

1. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite d ?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. $M\_{1}(5 ;39 ;2)$
 | 1. $M\_{2}(0 ;2 ;8)$
 | 1. $M\_{3}(-2 ;16 ;17)$
 | 1. $M\_{4}(7 ;45 ;-1)$
 |

1. $\vec{u} $est un vecteur directeur de la droite d lorsque les coordonnées de $\vec{u} $sont :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. $\vec{u} \left(\begin{matrix}2\\6\\4\end{matrix}\right)$
 | 1. $\vec{u} \left(\begin{matrix}-3\\15\\19\end{matrix}\right)$
 | 1. $\vec{u} \left(\begin{matrix}1\\3\\-2\end{matrix}\right)$
 | 1. $\vec{u} \left(\begin{matrix}-6\\18\\12\end{matrix}\right)$
 |

1. Une représentation paramétrique de la droite $(AB)$ est :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. $\left\{\begin{array}{c}x=2+2t'\\y=5-4t'\\z=4+5t'\end{array}\right.$

 où $t'\in R$ | 1. $\left\{\begin{array}{c}x=4-t^{'} \\y=1+2t^{'} \\z=-2+3t'\end{array}\right.$

 où $t'\in R$ | 1. $\left\{\begin{array}{c}x=2+2t^{'}\\y=5-4t^{'}\\z=3-6t^{'}\end{array}\right.$

$ $ où $t'\in R$ | 1. $\left\{\begin{array}{c}x=4+3t'\\y=1-t'\\z=-2+2t'\end{array}\right.$

 où $t'\in R$ |

1. Les droites d et (AB) sont :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. sécantes
 | 1. strictement parallèles
 | 1. confondues
 | 1. non coplanaires
 |

1. On considère la suite $(u\_{n})$ définie pour tout entier naturel $n$ par : $u\_{n}=e^{2n+1}$.

La suite $(u\_{n})$ est :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Arithmétique de raison $2$
 | 1. Géométrique de raison $e$
 | 1. Géométrique de raison $e^{2}$
 | 1. Convergente vers $e$
 |

1. On considère la suite numérique $(u\_{n})$ définie pour tout entier naturel $n$ par

$$u\_{n}=\frac{1+2^{n}}{3+5^{n}}.$$

Cette suite :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Diverge vers $+\infty $
 | 1. Converge vers $0$
 | 1. Converge vers $\frac{2}{5}$
 | 1. Converge vers $\frac{1}{3}$
 |

**PARTIE B**

**Pour chacune des deux affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.**

**Chaque réponse doit être justifiée.**

**Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point dans la partie B.**

1. On considère la fonction $f$ définie sur $R$ par

$$f\left(x\right)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}.$$

**Affirmation 1** :

L’expression de la fonction dérivée de $f$ est

$$f^{'}\left(x\right)=\frac{4 e^{2x}}{\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}}.$$

1. On considère la fonction $g$ définie sur $R$ par

$$g\left(x\right)=\left(2x^{2}-5x+3\right)e^{-x^{2}}.$$

**Affirmation 2** :

La courbe représentative de la fonction $g$ coupe exactement deux fois l’axe des abscisses.

**Exercice 2 *5 pts***

Soit la suite $\left(T\_{n}\right)$ définie par $T\_{0}=180$ et pour tout entier naturel $n$ : $T\_{n+1}=0,955 T\_{n}+0,9.$

* 1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n$ $T\_{n}\geq 20$.
	2. Vérifier que pour tout entier naturel $n,$ $T\_{n+1}-T\_{n}=-0,045 \left(T\_{n}-20\right).$
	3. En déduire le sens de variation de la suite $(T\_{n})$.
	4. En déduire que la suite $\left(T\_{n}\right)$ est convergente. Justifier.
1. Pour tout entier naturel $n$, on pose $u\_{n}=T\_{n}-20.$
	1. Monter que la suite $(u\_{n})$ est une suite géométrique dont on précisera la raison.
	2. En déduire que pour tout entier naturel $n$, $T\_{n}=20+160×0,955^{n}$.
	3. Calculer la limite de la suite $\left(T\_{n}\right)$.
2. Dans cette partie, on s’intéresse à l’évolution de la température au centre d’un gâteau après sa sortie du four. On considère qu’à la sortie du four, la température au centre du gâteau est de $180$°C et celle de l’air ambiant de $20$°C. La loi de refroidissement de Newton permet de modéliser la température au centre du gâteau par la suite précédente $\left(T\_{n}\right)$. Plus précisément, $T\_{n}$ représente la température au centre du gâteau, exprimée en degré Celsius, $n$ minutes après sa sortie du four.
	1. Expliquer pourquoi la limite de la suite $(T\_{n})$ déterminée à la question $2) c)$ était prévisible dans le contexte de l’exercice.
	2. **Information** :

On considère la fonction Python ci-dessous :



La fonction Python ainsi décrite est un algorithme de seuil : on cherche à partir de quand, la température devient inférieure ou égale au seuil fixé. La valeur renvoyée sera le premier entier vérifiant $T\_{n}\leq x$.

**Question** :

En utilisant la calculatrice, résoudre l’inéquation : $T\_{n}\leq 120$

Interpréter le résultat dans le contexte de l’exercice.

**Exercice 3 *5 pts***

**Les trois exerciecs sont indépendants** :

1. La droite $∆$ a pour représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{c}x=1-3t \\y=-2+2t\\z=-1-t \end{array}\right.$ où $t\in R$.
2. Déterminer un vecteur directeur de $∆$.
3. Justifier qu’il existe un point $A$ de $∆$ d’abscisse $4$.
4. La droite $∆$ passe-t-elle par le point $B$ de coordonnées $\left(-10 ;\frac{16}{3} ; -\frac{14}{3}\right)$ ?



1. On considère un cube $ABCDEFGH$ donné ci-contre.

On note $M$ le milieu du segment $\left[EH\right]$, $N$ celui de $\left[FC\right]$

et $P$ le point tel que : $\vec{HP }=\frac{1}{4} \vec{HG }$.

L’espace est rapporté au repère $\left(A ;\vec{AB } , \vec{AD } , \vec{AE }\right)$.

1. Donner les coordonnées des points $M, N$ et $P$.
2. **(i)**  Écrire un système d’équations paramétriques des droites $(MP)$ et $(FG)$.

**(ii)**  Les droites $(MP)$ et $(FG)$ sont-elles sécantes ? Si oui, déterminer les coordonnées de leur point d’intersection.

1. On donne le point $T$ de coordonnées $\left(1 ;1 ;\frac{5}{8}\right).$

Le triangle $TPN$ est-il rectangle ?

1. Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ surmontée d’une pyramide $EFGHS$. Dans le repère proposée par la figure, on donne les coordonnées des points $P$ et $Q$ :

$P\left(2 ;3 ;5\right)$ et $Q\left(2 ;3 ;5,5\right)$.

Le segment $[PQ]$ représente, sur le toit, une antenne.

Un oiseau vole en suivant une trajectoire modélisée par la droite $∆$ dont une représentation paramétrique est : $\left\{\begin{array}{c}x=-4+6s \\y=7-4s \\z=2+4s \end{array}\right.$ où $s\in R$.

L’oiseau va-t-il percuter l’antenne représentée par le segment $[PQ]$ ?

**Exercice 4 *5 pts***





