

CONTROLE DE SPECIALITE DE MATHÉMATIQUES

15/11/2024

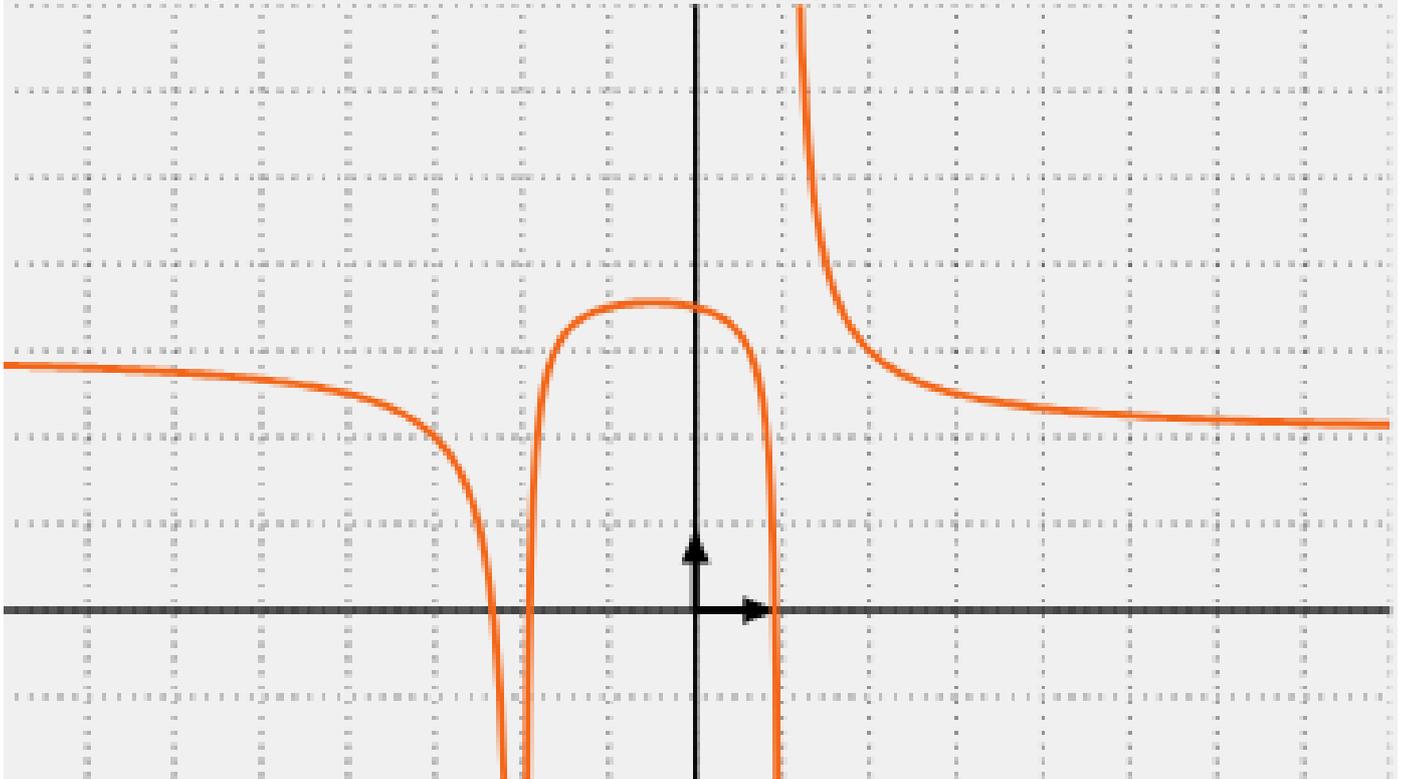
La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

CALCULATRICE AUTORISÉE – DUREE 1 h 30

EXERCICE 1

3 pts

La fonction f représentée ci-dessous est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.



- 1) Déterminer graphiquement les limites aux bornes de son ensemble de définition.
- 2) Donner les asymptotes à la courbe.

EXERCICE 2

3 pts

On considère une fonction f dont le tableau de variations est donnée ci-dessous.

x	$-\infty$	-4	2	5	7	$+\infty$
f	2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	1
	↘	↘	↗	↘	↗	
	$-\infty$	-3	-3	-3	-3	1

- 1) A l'aide de ce tableau, déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- 2) Interpréter graphiquement les résultats précédents.
- 3) Dans un repère orthonormé, tracer une courbe d'une fonction compatible avec ce tableau de variations.

EXERCICE 3

9 pts

Déterminer les limites en a des fonctions suivantes puis interpréter graphiquement si possible :

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 2} \quad a \rightarrow 2 \text{ et } a < 2$$

$$2) f(x) = \frac{2x + 7}{x^3 - 1} \quad a \rightarrow -\infty$$

$$3) f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - x \quad a \rightarrow +\infty$$

$$4) f(x) = \frac{3x + 3}{x^2 - 5x - 6} \quad a \rightarrow -1 \text{ et } a < -1$$

$$5) f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 1 \quad a \rightarrow -\infty$$

$$6) f(x) = \frac{1 - 2x^3}{5x^3 + 2x + 3} \quad a \rightarrow +\infty$$

$$7) f(x) = \frac{7 - 2x}{x - 5} \quad a \rightarrow 5 \text{ et } a < 5$$

$$8) f(x) = \frac{1}{x^2} + 2x - 1 \quad a \rightarrow 0$$

$$9) f(x) = \frac{-3x - 1}{1 - x^2} \quad a \rightarrow 1$$

Quel nombre ne dort jamais ?

réponse : 8 car une fois couché il est beaucoup trop grand !

Bon courage et au travail !!!

EXERCICE 4

5 pts

1) On considère les points $A(1 ; 3 ; -2)$ et $B(2 ; 5 ; -4)$. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .

2) On considère les points $A(1 ; 2 ; 7)$ et $B(3 ; -1 ; 6)$ ainsi que la droite Δ admettant pour représentation paramétrique :

$$\Delta : \begin{cases} x = 5 - 4t \\ y = 1 + 6t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Le point A appartient-il à la droite Δ ?

b) Les droites (AB) et Δ sont-elles parallèles ?

c) Donner une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point $C(6 ; -1 ; 2)$ et parallèle à Δ .

3) On considère les droites (d_1) et (d_2) admettant pour représentations paramétriques :

$$(d_1) : \begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 11 - 3t \\ z = 11 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (d_2) : \begin{cases} x = 7 - 4t' \\ y = 1 - 2t' \\ z = -2 + 5t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}$$

Montrer que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en un point dont on donnera les coordonnées.