

CONTRÔLE OPTION MATHS EXPERTES

27/03/2025

Nombres Complexes – Calculatrice Autorisée – Durée 1h

EXERCICE 1

3 pts

En justifiant, donner l'écriture exponentielle de ces nombres complexes :

$$z_1 = 6 - 6i$$

$$z_2 = -4 - 4i\sqrt{3}$$

$$z_3 = -42$$

$$z_4 = \sqrt{3} + 3i$$

EXERCICE 2

4 pts

On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$.

- 1) Écrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
- 2) Déterminer le module et l'argument de $\frac{z_1}{z_2}$.
- 3) Après avoir écrit $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique, déterminer la valeur exacte de :

$$\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right).$$

EXERCICE 3

3 pts

Déterminer les ensembles du plan suivants :

- 1) L'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que : $|z - 4 + 5i| = 49$.
- 2) L'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que :

$$L = \frac{z - i + 1}{z + 4} \quad \text{avec } z \neq -4, \text{ soit tel que } |L| = 1$$

EXERCICE 4

3 pts

On considère le nombre complexe $z = r e^{i\theta}$ où $r \in \mathbb{R}_+^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

- 1) Déterminer la forme exponentielle des nombres \bar{z} et $-z$.
- 2) Montrer que :

$$2e^{-i\frac{\pi}{3}} = -2e^{i\frac{2\pi}{3}}.$$

- 3) En déduire la forme exponentielle du nombre :

$$2e^{-i\frac{\pi}{3}} + 3e^{i\frac{2\pi}{3}}.$$

EXERCICE 5

4 pts

Dans le plan complexe rapporté au repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -2 - 4i$; $z_B = 5 - 2i$; $z_C = 4 + 3i$; $z_D = 1 + i$.

- 1) Déterminer l'affixe du point C' symétrique de C par rapport au point D .
- 2) Déterminer l'affixe du point A' vérifiant $\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$.
- 3) Quelle est la nature du quadrilatère $A'BC'D$?

EXERCICE 6

3 pts

On donne dans le plan P muni d'un repère orthonormé, les trois points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = 1 \quad ; \quad z_B = 3 + 6i \quad ; \quad z_C = 2 - 3\sqrt{3} + i(3 + \sqrt{3}).$$

- 1) Exprimer sous forme algébrique le nombre complexe $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.
- 2) En déduire la nature du triangle ABC en rédigeant correctement.