**Contrôle Option Maths Expertes**

**27/03/2025**

***Nombres Complexes – Calculatrice Autorisée – Durée 1h***

**Exercice 1 3 pts**

En justifiant, donner l’écriture exponentielle de ces nombres complexes :

$$z\_{1}=6-6i z\_{2}=-4-4i\sqrt{3} z\_{3}=-42 z\_{4}=\sqrt{3}+3i$$

**Exercice 2 4 pts**

On considère les nombres complexes suivants : $z\_{1}=1+i$ et $z\_{2}=\sqrt{3}-i$.

1. Écrire $z\_{1}$ et $z\_{2}$ sous forme exponentielle.
2. Déterminer le module et l’argument de $\frac{z\_{1}}{z\_{2}}$.
3. Après avoir écrit $\frac{z\_{1}}{z\_{2}}$ sous forme algébrique, déterminer la valeur exacte de :

$$\cos(\left(\frac{5 π}{12}\right)) et \sin(\left(\frac{5 π}{12}\right)).$$

**Exercice 3 3 pts**

Déterminer les ensembles du plan suivants :

1. L’ensemble des points $M\left(z\right)$ du plan tels que : $\left|z-4+5i\right|=49.$
2. L’ensemble des points $M\left(z\right)$ du plan tels que :

$$L=\frac{z-i+1}{z+4} avec z\ne -4, soit tel que \left|L\right|=1$$

**Exercice 4 3 pts**

On considère le nombre complexe $z=r e^{i θ}$ où $r\in R\_{+}^{\*}$ et $θ\in R$.

1. Déterminer la forme exponentielle des nombres $\overbar{z }$ et $-z$.
2. Montrer que $:$

$$2e^{-i \frac{π}{3}}=-2 e^{i \frac{2 π}{3}}.$$

1. En déduire la forme exponentielle du nombre :

$$2e^{-i \frac{π}{3}}+3 e^{i \frac{2 π}{3}}.$$

**Exercice 5 4 pts**

Dans le plan complexe rapporté au repère $\left(O ;\vec{u} ;\vec{v}\right)$, on considère les points $A, B$ et $C$ d’affixes respectives :$ z\_{A}=-2-4i ; z\_{B}=5-2i ; z\_{C}=4+3i ; z\_{D}=1+i$.

1. Déterminer l’affixe du point $C'$ symétrique de $C$ par rapport au point $D$.
2. Déterminer l’affixe du point $A^{'}$ vérifiant $\vec{DA^{'}}=\vec{DB }+\vec{DC }.$
3. Quelle est la nature du quadrilatère $A^{'}BC^{'}D$ ?

**Exercice 6 3 pts**

On donne dans le plan $P$ muni d’un repère orthonormé, les trois points $A, B$ et $C$ d’affixes respectives :

$$z\_{A}=1 ; z\_{B}=3+6i ; z\_{C}=2-3 \sqrt{3}+i\left(3+\sqrt{3}\right).$$

1. Exprimer sous forme algébrique le nombre complexe $\frac{z\_{C}-z\_{A}}{z\_{B}-z\_{A}}.$
2. En déduire la nature du triangle $ABC$ en rédigeant correctement.