

CONTRÔLE : OPTION MATHS EXPERTES

26/09/2024

Nombres Complexes – Calculatrice Autorisée

EXERCICE 1

4 pts

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des quatre questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Soit $z = (3 - i)(5 + 3i)$. La partie imaginaire du nombre complexe \bar{z} est :

- a) -4 b) 4 c) $4i$ d) $-5i$

2) La forme algébrique de l'inverse du nombre complexe $a = 2 - 3i$ est :

- a) $a = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}i$ b) $a = -\frac{2}{5} - \frac{3}{5}i$ c) $a = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$ d) $a = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$

3) Soit le polynôme P tel que $P(z) = z^3 - 2z^2 + 2z$. Alors $P(2i) = :$

- a) $2 - 6i$ b) $2 + 12i$ c) $8 + 12i$ d) $8 - 4i$

4) L'équation $(-4 + 3i)z = 4 + 2i$ a pour solution :

- a) $a = -\frac{24}{25} - \frac{4}{5}i$ b) $a = \frac{24}{25} + \frac{4}{5}i$ c) $a = -\frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$ d) $a = \frac{2}{5} + \frac{4}{25}i$

EXERCICE 2

2 pts

Écrire les nombres complexes suivants sous la forme algébrique :

$$z_1 = \frac{4 + 3i}{1 + 2i}$$

$$z_2 = \frac{(2 - 5i)(1 - 3i)}{-1 + i}$$

EXERCICE 3

5 pts

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes, en donnant la solution sous forme algébrique :

1) $(2 + 4i)(z - 2i) = 1$

2) $(3 + 2i)z + (1 - 5i)\bar{z} = -19 - 2i$ (on pourra poser : $z = x + iy$ avec x et y des réels)

3) $\frac{z - 3i + 1}{z - 3} = \frac{1}{4}$ pour $z \neq 3$

EXERCICE 4

4 pts

Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

On donne les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = -1 + i \quad ; \quad z_B = 2 + i \quad \text{et} \quad z_C = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i.$$

- 1) Placer dans le plan les points A, B et C .
- 2) Calculer les affixes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} .
- 3) En déduire les longueurs AB, AC et BC .
- 4) Le triangle ABC est-il rectangle en C ?

EXERCICE 5

5 pts

Soit $z = x + iy$, x et y étant deux réels tels que $(x; y) \neq (1; 0)$.

On pose :

$$Z = \frac{z + 2i}{z - 1}.$$

- 1) Exprimer X la partie réelle de Z en fonction de x et y .
Exprimer Y la partie imaginaire de Z en fonction de x et y .
- 2) Déterminer l'ensemble des points d'affixe z tels que :
 - a) Z soit un nombre réel.
 - b) Z soit un imaginaire pur.



NOM :

PRENOM :

