**Contrôle Option Maths Expertes**

**26/02/2025**

***Congruences & Divisibilité – Calculatrice Autorisée***

**Exercice 1 3 pts**

1. Déterminer l’ensemble des entiers tels que .
2. Déterminer l’ensemble des entiers tels que .
3. Déterminer l’ensemble des entiers tels que .

**N.B** : On pourra faire un seul tableau de restes pour l’ensemble des trois questions.

**Exercice 2 2 pts**

Soient et deux entiers relatifs tels que et .

1. Déterminer le reste de la division euclidienne de par .
2. Déterminer le reste de la division euclidienne de par .

**Exercice 3 2 pts**

Sans utiliser le raisonnement par récurrence, démontrer que, pour tout entier naturel  :

**Exercice 4 2 pts**

Les deux questions sont indépendantes :

1. Résoudre dans l’équation : .
2. Montrer que n’admet pas d’inverse modulo .

**Exercice 5 3 pts**

1. Donner le reste de la division euclidienne de par .
2. Donner les restes dans la division euclidienne de pour allant de à .

Donner le reste de la division euclidienne de par 13.

**Exercice 6 5 pts**

On considère l’équation où et sont des entiers relatifs.

1. Démontrer que si le couple est solution de , alors .
2. Soient et des entiers relatifs. Compléter sur le sujet, sans justification, les deux tableaux suivants :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Modulo , est congru à …** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |  |
| **Modulo , est congru à …** |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Modulo , est congru à …** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |  |
| **Modulo , est congru à …** |  |  |  |  |  |  |

Quelles sont les valeurs possibles du reste de la division euclidienne de et de par  ?

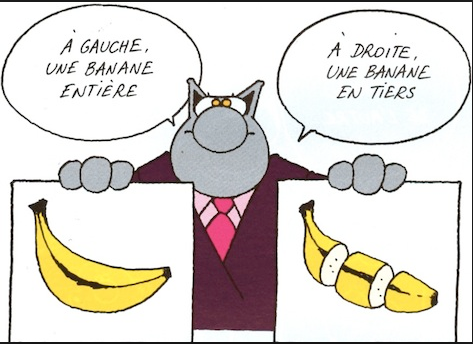
1. En déduire que si le couple est solution de , alors et sont des multiples de .
2. Démontrer que si et sont des multiples de , alors le couple n’est pas solution de . Que peut-on en déduire pour l’équation  ?

**Exercice 7 3 pts**

A la pointe ouest de l’Île de Ré, se situe le grand phare des baleines. L’escalier qui mène au sommet a un nombre de marches compris entre et .

Léo et Raphaël sont deux grands sportifs. Léo qui est plus jeune monte les marches 4 par 4 et à la fin, il lui reste 1 marche. Raphaël, lui, monte les marches 3 par 3 et à la fin, il lui reste 2 marches.

Combien l’escalier compte-t-il de marches ? ***On expliquera clairement la méthode utilisée***.



**C’est de l’arithmétique n’est-ce pas ???**

**C’est à méditer, mais pour l’instant, foncez !!!!!**

**Bon courage et amusez-vous bien…**