

CONTRÔLE SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES

Calculatrice autorisée – durée : 1 h – Suites & Espace

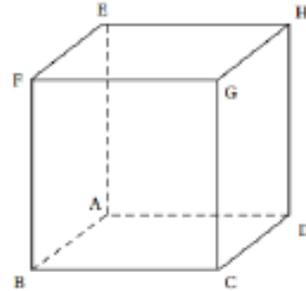
16 / 10 / 2024

EXERCICE 1

4 pts

Soit le cube $ABCDEFGH$ et les points I, J et K définis par : $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$.

- 1) Exprimer le vecteur \overrightarrow{IJ} en fonction des vecteurs \overrightarrow{DC} et \overrightarrow{CB} .
- 2) Même question avec le vecteur \overrightarrow{JK} .
- 3) Les points I, J et K sont-ils alignés ? Justifier.



2 pts

EXERCICE 2

Soit $A(1; 0; -1)$, $B(2; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$ et $D(3; 2; 7)$.

- 1) Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} sont colinéaires.
- 2) Les points A, B, C et D sont-ils coplanaires ?

EXERCICE 3

6 pts

- 1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d_1) passant par le point $A(0; 2; -1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- 2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d_2) passant par les points $B(2; 1; 3)$ et $C(-1; 4; 5)$.
- 3) Les points $D(-10; 13; 11)$ et $E(2; 0; -1)$ appartiennent-ils à la droite (d_2) ? Justifier.
- 4) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles sécantes ? Justifier.

EXERCICE 4

4 pts

Soit le plan $(P) \begin{cases} x = 1 + t + t' \\ y = -2 + t - t' \\ z = 2 - t + t' \end{cases}, t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}$ et la droite $(D) \begin{cases} x = 1 + 5t'' \\ y = -t'' \\ z = 2 + t'' \end{cases}, t'' \in \mathbb{R}$.

- 1) Déterminer les coordonnées de \vec{u} et \vec{v} , deux vecteurs directeurs du plan (P) .
- 2) Montrer que $\vec{w} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, \vec{u} et \vec{v} sont coplanaires.
- 3) En déduire la position relative du plan (P) et de la droite (D) .

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{-4}{4 + u_n}$

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

2) On pose $v_n = \frac{1}{2 + u_n}$

a) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison $r = \frac{1}{2}$.

b) Exprimer v_n en fonction de n .

c) En déduire que $u_n = \frac{2}{n+1} - 2$.

d) Que peut-on conjecturer pour la limite de (u_n) ?

Petite blagounette du jour...

Nous sommes dans l'arche de Noé des fonctions. Brusquement, Noé s'exclame : " On dérive, on dérive ! " !

Les fonctions s'affolent, surtout la constante.

Mais l'exponentielle réplique : " Bof, pour ce que ça change... "

Hilarant non ???

Et enfin...

**Pizza : spécialité
culinaire ronde
placée dans un
emballage carré
pour être dégustée
en triangles. Normal.**

G&W