

NOMBRES PREMIERS

DEFINITION :

Un nombre entier est **premier** s'il n'admet que deux diviseurs distincts, 1 et lui-même.

Exemple : Les nombres premiers sont : 2,3,5,7,11,13,17

1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur.

DIVISEURS COMMUNS :

On dit qu'un nombre d est un **diviseur commun** à a et à b si a et b sont divisibles par d .

Exemple :

Liste des diviseurs de 60 : 1 et 60 ; 2 et 30 ; 3 et 20 ; 4 et 15 ; 5 et 12 ; 6 et 10.

7 ; 8 et 9 ne sont pas des diviseurs de 60 et on a déjà 10 dans la liste précédente. Les diviseurs de 90 sont donc :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.

Liste des diviseurs de 90 :

Les diviseurs de 90 sont donc :

Les diviseurs communs à 60 et 90 sont donc

Exemple de problème : on dispose de 60 roses rouges et de 90 roses blanches.

Combien de bouquets identiques peut-on réaliser en utilisant toutes les fleurs ?

- bouquet contenant roses rouges et roses blanches ;
- bouquets contenant chacun roses rouges et roses blanches ;
- bouquets contenant chacun roses rouges et roses blanches ;
- ...
- bouquets contenant chacun roses rouges et roses blanches ;
- ...
- bouquets contenant chaque roses rouges et roses blanches.

DECOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS :

On peut toujours décomposer un nombre non premier en produit de plusieurs facteurs premiers, cette décomposition est unique.

Pour décomposer un nombre en produits de facteurs premiers, il faut trouver tous les nombres premiers qui divisent ce nombre. En pratique, on part du plus petit (2) et on cherche les différents diviseurs jusqu'à obtenir 1.

Exemples : Il faut noter une décomposition en produit de facteurs premiers comme dans les exemples ci-dessous.

156	378	156 =
.....	ou 156 =
.....	
.....	378 =
.....	ou 378 =

Il faut donc connaître les nombres premiers !!!

PLUS GRAND DIVISEUR COMMUN :

Décomposition de 60 et de 90 en produit de facteurs premiers :

60	2	90	2	$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$
30	2	45	3	
15	3	15	3	$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$
5	5	5	5	
1		1		

Diviseurs communs à 60 et à 90 dans ces décompositions : 2 ; 3 et 5.

Le plus grand diviseur commun à 60 et à 90 est alors le produit de ces diviseurs communs : $2 \times 3 \times 5 = 30$.

Exemples de problèmes :

- On souhaite simplifier la fraction $\frac{90}{60}$:

$$\frac{90}{60} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{90}{60} = \frac{30 \times 3}{30 \times 2} = \frac{3}{2}$$

- On dispose de 60 roses rouges et de 90 roses blanches. Combien de bouquets peut-on réaliser **au maximum** en utilisant toutes les fleurs.

On pourra, au maximum, réaliser 30 bouquets composés chacun de 2 roses rouges et de 3 roses blanches.