

# THÉORÈME DE PYTHAGORE ET SA RÉCIPROQUE : RAPPELS.

## THEOREME DE PYTHAGORE

ABC est un triangle. Si le triangle ABC est rectangle en A, alors  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ .

**Le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.**

### Exemple :

ABC est un triangle rectangle en A tel que :  $AB = 3$  cm et  $BC = 5$  cm. Calculer AC.

Comme le triangle ABC est rectangle en A, Alors d'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$3^2 + AC^2 = 5^2$$

$$9 + AC^2 = 25$$

$$AC^2 = 25 - 9$$

$$AC^2 = 16$$

Donc (en utilisant la touche  $\sqrt{x}$  de la machine ou en faisant appel à ses connaissances des carrés parfaits) :  $AC = 4$  cm

## RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE

ABC est un triangle. Si  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ , alors le triangle ABC est rectangle en A.

### Exemple 1 :

ABC est un triangle tel que :  $AB = 12$  cm ;  $AC = 5$  cm et  $BC = 13$  cm.

Démontrer que ABC est rectangle en A.

Dans le triangle ABC, [BC] est le côté le plus grand et  $BC^2 = 13^2 = 169$

$$\begin{aligned} \text{De plus } AB^2 + AC^2 &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 \end{aligned}$$

Comme  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ , alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

### Exemple 2 :

DEF est un triangle tel que :  $EF = 4$  cm ;  $FD = 7$  cm et  $DE = 6$  cm.

Le triangle DEF est-il rectangle ?

Dans le triangle DEF, [FD] est le côté le plus grand et  $FD^2 = 7^2 = 49$

$$\begin{aligned} \text{De plus } EF^2 + DE^2 &= 4^2 + 6^2 \\ &= 16 + 36 \\ &= 52 \end{aligned}$$

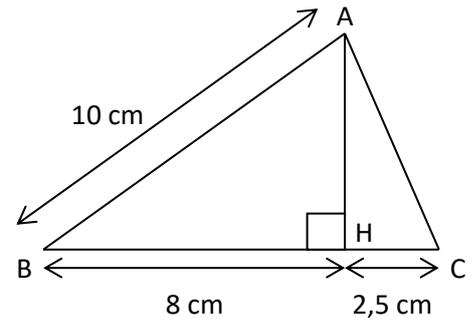
Comme  $EF^2 + DE^2 \neq FD^2$ , alors (d'après la contraposée du théorème de Pythagore,) le triangle DEF n'est pas rectangle.

# THÉORÈME DE PYTHAGORE ET SA RÉCIPROQUE : EXERCICES.

## EXERCICE 1

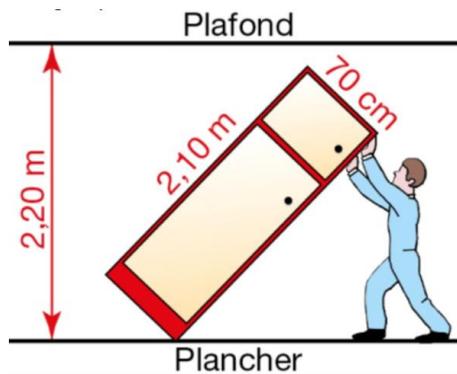
(AH) est la hauteur du triangle ABC issue de A.

- 1) Calculer la longueur AH.
- 2) En déduire la longueur AC.
- 3) Le triangle ABC est-il rectangle ?



## EXERCICE 2

Le déménageur pourra-t-il relever cette armoire ? Justifier.



## EXERCICE 3

Lors de la tempête *Henri*, qui a traversé la France en septembre 2015, un arbre de 5,4 m de haut planté sur un sol horizontal, a été brisé. Son sommet est désormais sur le sol à 3,6 m de son pied. La partie inférieure de l'arbre mesure 1,5 m.



- 1) Calculer la longueur de la partie supérieure de l'arbre, de la cassure au sommet.
- 2) La partie inférieure de l'arbre est-elle restée verticale ? Justifier.

## EXERCICE 4

Sur un mur vertical, Timothé a posé une étagère. Voici les mesures qu'il a effectuées :

$$MP = NL = 30 \text{ cm} ; NP = 12 \text{ cm} ; ML = 24 \text{ cm}.$$

L'étagère est-elle horizontale ? Justifier.

