**Contrôle n°1 - Spécialité Mathématiques**

**17/09/2024**

***Raisonnement par Récurrence***

**Exercice 1 3 pts**

Soit la suite $(u\_{n})$ définie par $u\_{0}=3$ et si $n\in N$, $u\_{n+1}=2u\_{n}+4$.

Montrer par récurrence que pour tout $n\in N$, $u\_{n}>0$.

**Exercice 2 4 pts**

Soit la suite $(v\_{n})$ définie par $v\_{0}=2$ et pour tout $n\geq 0, v\_{n+1}=1+$ $\frac{1}{v\_{n}}$.

Démontrer par récurrence que pour tout $n\in N$, on a : $\frac{3}{2}$ $\leq v\_{n}\leq 2$.

**Exercice 3 4 pts**

Pour tout entier naturel $n\in N^{\*}$, on pose :

$$S\_{n}=\sum\_{k=1}^{n}\frac{1}{k\left(k+1\right)}.$$

Pour tout $n\in N^{\*}$, montrer que :

$$S\_{n}=\frac{n}{n+1}.$$

**Exercice 4 4 pts**

On considère la suite $(u\_{n})$ telle que $u\_{0}=7$ et pour tout entier naturel $n$, $u\_{n+1}=2 u\_{n}-3$.

Montrer par récurrence que pout tout entier naturel $n$, $u\_{n}=2^{n+2}+3$.

**Exercice 5 5 pts**

On considère la suite $(u\_{n})$ définie par $u\_{0}=3$ et pour tout entier naturel $n$,

$$u\_{n+1}=\frac{u\_{n}-2}{2 u\_{n}+5}.$$

Montrer que pour tout entier naturel $n$,

Voici quelques blagues pour détendre l’atmosphère… Bon courage à vous et penser à bien rédiger !!!

• L’éléphant est énorme, mais le mammouth est (n + 1)-norme.

• Monsieur et Madame Naume ont une fille. Comme s’appelle-t-elle ? **Réponse** : Pauline.

• Monsieur et Madame Éaire ont une fille, comment s'appelle-t-elle? **Réponse** : Coline

• Pourquoi il ne faut pas faire de bruit près de 1,618 ? Parce que le nombre d'or.

• Que dit un mathématicien qui hésite ? 2,718281828... (e)

$$u\_{n}=\frac{9-8n}{3+8 n}.$$