

FONCTIONS LINÉAIRE ET AFFINE – - POURCENTAGES -

I- FONCTION LINEAIRE :

Soit a un nombre donné.

Le « *PROCEDE* » qui à tout nombre x fait correspondre le produit ax s'appelle la **FONCTION LINEAIRE DE COEFFICIENT a .**

On note cette fonction $x \mapsto ax$ (à x on « *ASSOCIE* » ax). ax est appelé **IMAGE** de x .

- **EXEMPLE**

Soit la fonction linéaire $f : x \mapsto -3x$

- Calculons l'image de 2 par la fonction f : $f(2) = -3 \times 2 = -6$

L'image de 2 par la fonction f est -6

- Calculer $f(4)$ et $f(-3)$: $f(4) = -3 \times 4 = -12$

\Rightarrow **4 a pour image -12 par la fonction f et -12 est l'image de 4 par la fonction f .**

$$f(-3) = -3 \times (-3) = 9$$

- Déterminer l'antécédent de 4 par la fonction f : on doit résoudre une équation afin de déterminer l'antécédent

$$f(x) = 4 \quad \rightarrow \quad -3x = 4 \quad \rightarrow \quad x = -\frac{4}{3}$$

Un antécédent de 4 par la fonction f est $-\frac{4}{3}$.

- **REMARQUE**

On peut regrouper ces résultats dans un tableau : C'est un TABLEAU DE PROPORTIONNALITE.

x	2	-3	4
$f(x)$	-6	9	-12

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'exprimer $f(x)$ en fonction de x est -3 !!!!!

D'où l'égalité : $f(x) = -3 \times x$.

• « REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION LINEAIRE »

SOIT f LA FONCTION LINEAIRE DEFINIE PAR : $x \mapsto ax$

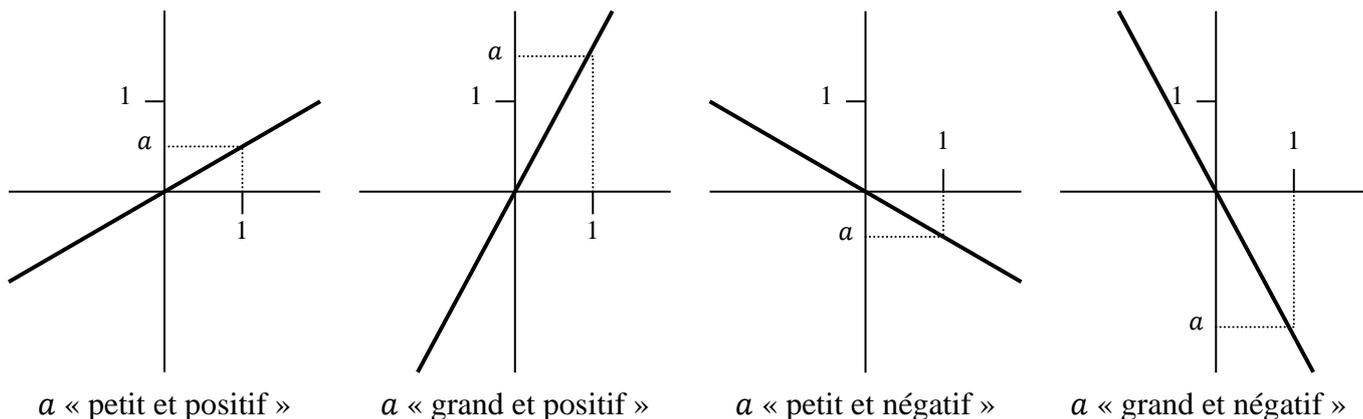
L'ENSEMBLE DES POINTS DE COORDONNEES $(x ; ax)$ EST APPELE REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA FONCTION LINEAIRE.

Dans un repère, cette représentation est LA droite passant par :

- L'origine du repère
- Le point de coordonnées $(1 ; a)$ ou $(x ; f(x))$

- On dit que cette droite a pour équation : $y = ax$.

« a » est le COEFFICIENT DIRECTEUR de la droite. Il indique « L'INCLINAISON » de la droite.



• **REMARQUE**

- Si $a = 0$, sur la représentation, la DROITE SE CONFOND AVEC L'AXE DES ABSCISSES.
- Pour déterminer le coefficient directeur d'une droite, donc le coefficient d'une fonction linéaire associée, connaissant le tracé de la droite, il suffit de connaître les coordonnées d'un point se situant sur la droite, et on calcule le coefficient ainsi :

$$a = \frac{\text{image}}{\text{antecedent}}$$

• **EXEMPLES**

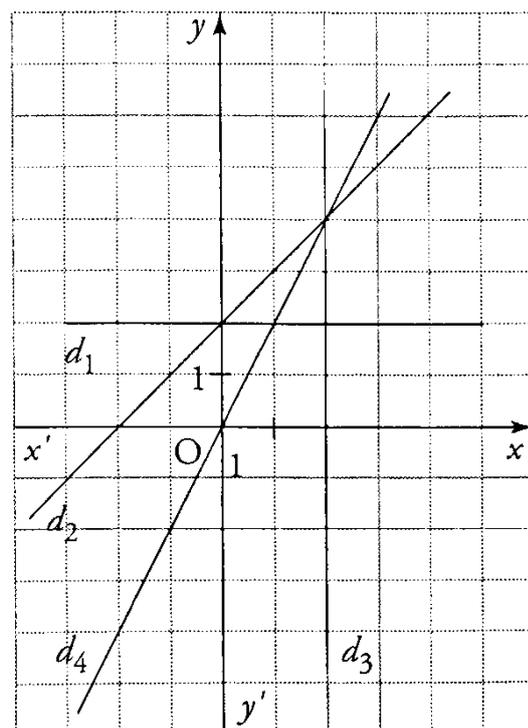
On donne : $f(x) = x + 2$ $g(x) = 2$ $h(x) = 2x$

- 1) Parmi les quatre droites tracées ci-dessous, trois représentent les fonctions f , g et h .

Laquelle représente f ? Laquelle représente g ?

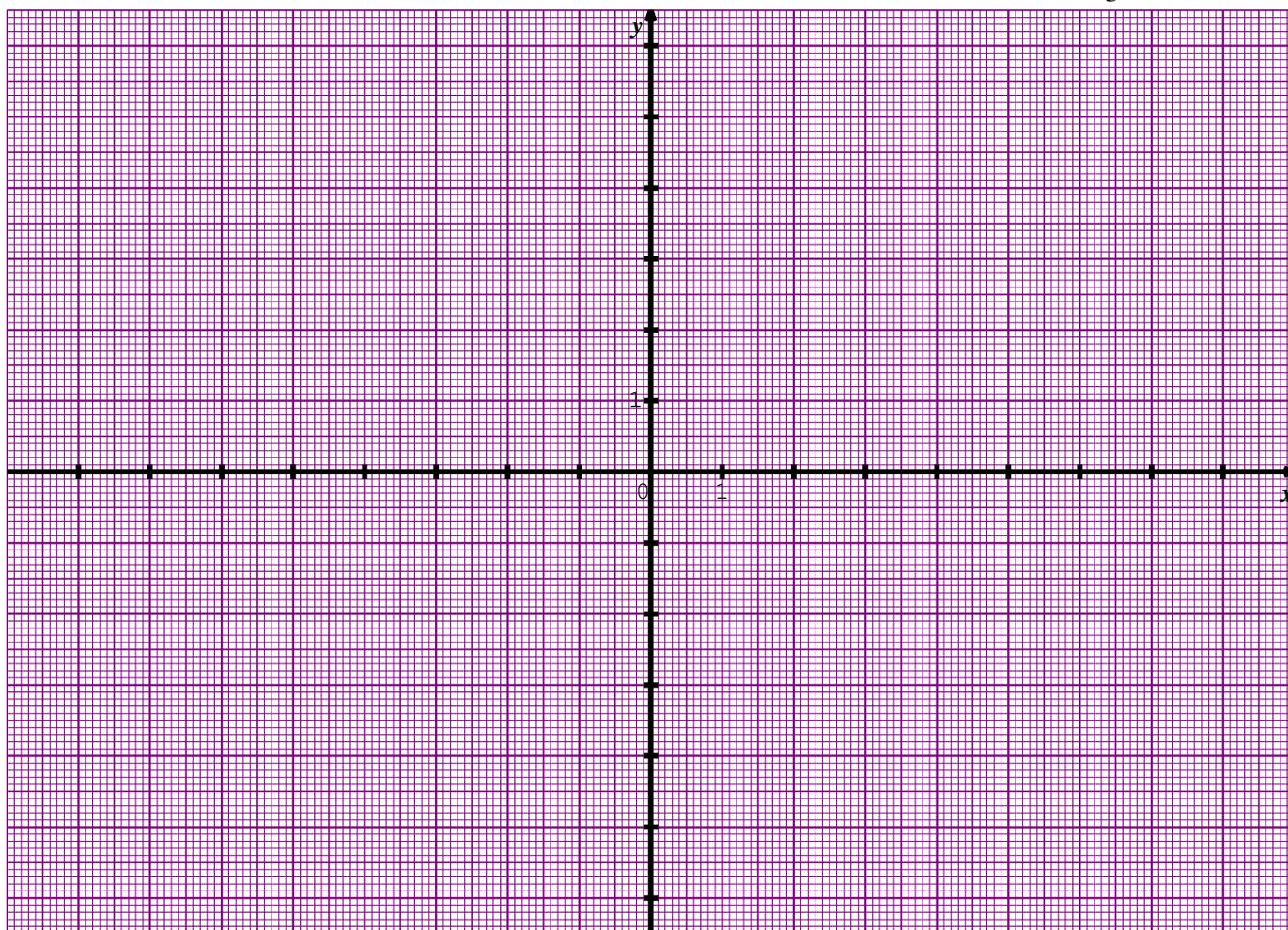
Laquelle représente h ?

- 2) Parmi ces fonctions, l'une est linéaire, laquelle ?



• Sur la feuille de papier millimétré ci-dessous, tracer les représentations graphiques des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto 5x \quad ; \quad g : x \mapsto -2x \quad ; \quad h : x \mapsto \frac{1}{3}x.$$



II- APPLICATIONS AUX POURCENTAGES :

	<u>Prendre 5% de x.</u>	<u>Augmenter x de 5%.</u>	<u>Diminuer x de 5%.</u>
<u>CALCUL A EFFECTUER</u>	Multiplier par 0,05	Multiplier par 1,05	Multiplier par 0,95
<u>FONCTION LINEAIRE</u>	$f : x \mapsto 0,05 x$	$g : x \mapsto 1,05 x$	$h : x \mapsto 0,95 x$
<u>EXEMPLE :</u>	Prendre 5% de 20 : $f(20) = 0,05 \times 20 = 1$	Augmenter 20 de 5% : $g(20) = 1,05 \times 20 = 21$	Diminuer 20 de 5% : $h(20) = 0,95 \times 20 = 19$

• **PRENDRE UN POURCENTAGE D'UN NOMBRE**

Pour prendre 13 % d'un nombre, on multiplie le nombre par $\frac{13}{100}$, c'est-à-dire 0,13.

- 1) Pour prendre 18 % d'un nombre, on multiplie le nombre par
- 2) Pour prendre 25 % d'un nombre, on multiplie le nombre par
- 3) Pour prendre 7 % d'un nombre, on multiplie le nombre par
- 4) Pour prendre 40 % d'un nombre, on multiplie le nombre par
- 5) Pour prendre 1 % d'un nombre, on multiplie le nombre par
- 6) 6 % de 3200 : ... | 7) 80 % de 340 : ... | 8) 20 % de 24 : ...

• **AUGMENTER UN NOMBRE D'UN POURCENTAGE**

Pour augmenter un nombre de 15 %, on multiplie le nombre par 1,15 $\left(1,15 = 1 + \frac{15}{100}\right)$

- 1) Pour augmenter un nombre de 30 %, on multiplie le nombre par
- 2) Pour augmenter un nombre de 14 %, on multiplie le nombre par
- 3) Pour augmenter un nombre de 19,6 %, on multiplie le nombre par
- 4) Augmenter 256 de 8 % : | 5) Augmenter 45 700 de 60 % :
- 6) Je paie un article 990 €, après une augmentation de 20 %. Combien coûtait-il ?
- 7) Multiplier un nombre par 1,2 a pour effet de l'augmenter de

• **DIMINUER UN NOMBRE D'UN POURCENTAGE**

Pour diminuer un nombre de 15 %, on multiplie le nombre par 0,85 $\left(0,85 = 1 - \frac{15}{100}\right)$

- 1) Pour diminuer un nombre de 23 %, on multiplie le nombre par
- 2) Pour diminuer un nombre de 6 %, on multiplie le nombre par
- 3) Pour diminuer un nombre de 10 %, on multiplie le nombre par
- 4) Pour diminuer un nombre de 36 %, on multiplie le nombre par
- 5) Pour diminuer un nombre de 5,8 %, on multiplie le nombre par
- 6) Multiplier un nombre par 0,70 a pour effet de le diminuer de

• **EXERCICES**

1)

5 % de 40 :	Augmenter 150 de 20 % :	Diminuer 600 de 15 % :
Prix HT : 120€	Prix TTC : ...	Prix HT :
		Prix TTC : 750 €

- Prix d'un litre d'essence à 1,035 € après une hausse de 3 % :
- Prix après remise de 30 % : 63 € Prix avant la remise :
- Prix de 100 € après une baisse de 10 % puis une hausse de 10 % :
- Augmenter de 30 % puis diminuer de 30 % équivaut à
- Une baisse de 10 % suivie d'une baisse de 20 % correspond à une baisse de
- Une baisse de 20 % suivie d'une baisse de 30 % correspond à

2) « C'est la période des soldes ! »

- J'achète un pull dont le prix est 60 €. Combien vais-je payer ce pull sachant qu'à la caisse, on me fera une remise de 20% ?
.....
- J'achète aussi une chemise que je paie 60 €. Quel était le prix de la chemise avant la réduction de 20% ?
.....
- Le magasin opère une deuxième démarque de 10%. Combien vais-je payer un article qui coûtait 80 euros avant les soldes ? Quel aura été le pourcentage de réduction ?
.....

3) Dans un magasin, le prix affiché sur une armoire est 900 €. Après remise, l'armoire est vendue 738 €. Quel pourcentage de réduction a été accordé ?
.....

4) Le 1^{er} octobre 1993, le débit de la Durance (un affluent du Rhône) était de $x \text{ m}^3$ par seconde. Après une semaine de pluie, le débit était alors de 143 m^3 par seconde en ayant augmenté de 30 %. Calculer le débit initial x .
.....

III- FONCTION AFFINE

- **DEFINITION**

Une fonction affine est une fonction définie par $f(x) = ax + b$

(où a et b sont des nombres réels)

- **EXEMPLES** :

$$f(x) = 2x + 1 \quad (\text{ici } a = 2 \text{ et } b = 1); \quad g(x) = -3x + 7 \quad (\text{ici } a = -3 \text{ et } b = 7)$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x - 7 \quad (\text{ici } a = \frac{1}{2} \text{ et } b = -7) \quad ; \quad i(x) = x\sqrt{2} + 3 \quad (\text{ici } a = \sqrt{2} \text{ et } b = 3)$$

- **REMARQUE** :

Si $b = 0$ alors la fonction affine est une fonction linéaire : $f(x) = ax$.

UNE FONCTION LINEAIRE EST UNE FONCTION AFFINE PARTICULIERE.

• Si $a = 0$ alors la fonction affine est appelée fonction constante : $f(x) = b$.

- **REPRESENTATION GRAPHIQUE**

THEOREME : La courbe représentative notée \mathcal{D}_f d'une fonction affine f est une droite.

CONSEQUENCE :

Deux valeurs de f suffisent pour tracer sa courbe représentative mais dans la pratique, on en choisit **trois** (en cas d'erreur).

DEFINITION :

a est appelé COEFFICIENT DIRECTEUR de la droite et b son ORDONNEE A L'ORIGINE.

- **PROPRIETE** :

L'ordonnée à l'origine b de la droite \mathcal{D}_f correspond à l'ordonnée du point d'intersection de la droite \mathcal{D}_f avec l'axe des ordonnées (Oy) . Le point $B(0 ; b)$ appartient donc à la droite \mathcal{D}_f .

EXEMPLES

La représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto x + 1$ est la droite D_1 d'équation $y = x + 1$.

$f(1) = 2$ donc D_1 passe par le point $A(1 ; 2)$

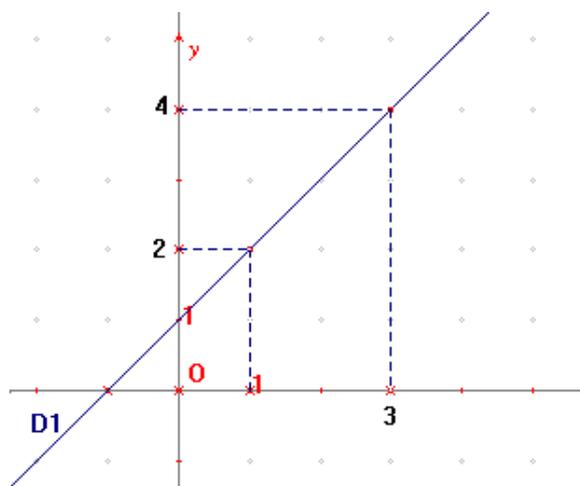
$f(3) = 4$ donc D_1 passe par le point $B(3 ; 4)$

Le coefficient directeur de la droite D_1 est $a = 1$ et son ordonnée à l'origine est $b = 1$ (ordonnée du point d'intersection de D_1 avec l'axe (Oy))

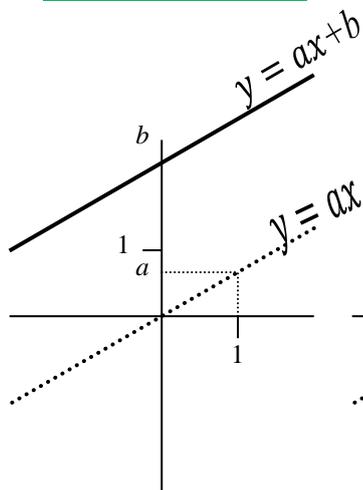
On lit sur la représentation graphique que :

→ l'image de 1 par f est 2

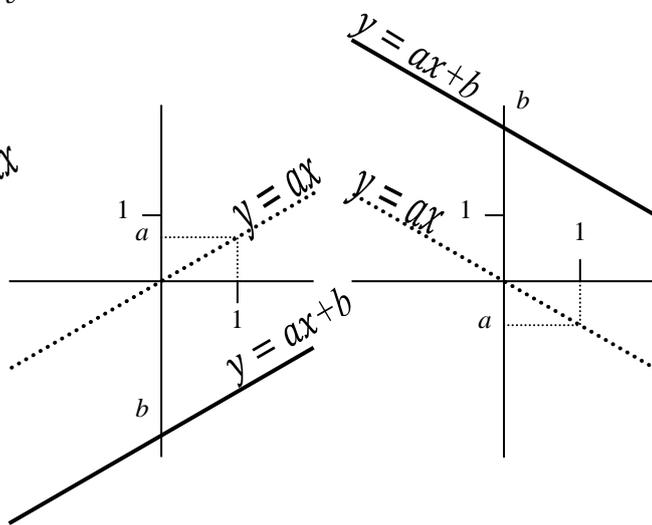
→ l'antécédent de 4 par f est 3.



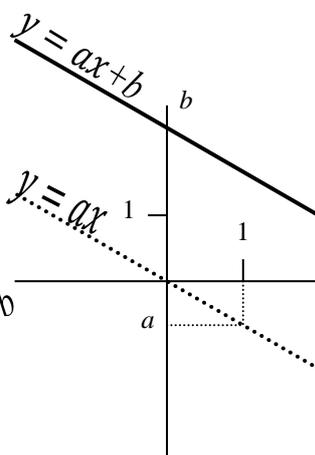
• SENS DE VARIATION



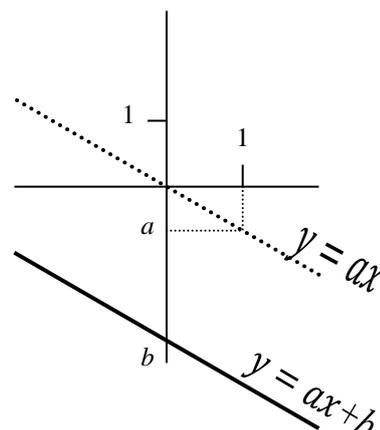
a positif
 b positif



a positif
 b négatif



a négatif
 b positif



a négatif
 b négatif

Les tableurs

Calculer, puis conjecturer

La situation : On désire émettre des conjectures sur la parité de :
 a $x^3 - 5x + 8$ pour des valeurs entières de x ; b la somme de cinq nombres entiers consécutifs.

A Calcul de la valeur de $x^3 - 5x + 8$ pour les cinq premiers nombres entiers

	A	B
1	x	$x^3 - 5x + 8$
2		$=A2^3-5*A2+8$

→

	A	B
1	x	$x^3 - 5x + 8$
2	0	8

→

	A	B
1	x	$x^3 - 5x + 8$
2	0	8
3	1	4
4	2	6
5	3	20
6	4	52

La formule saisie dans la cellule doit commencer par le symbole =.
On tape A2 (ou on clique sur la cellule A2) pour désigner la valeur du nombre contenu dans la cellule A2.

On sélectionne les cellules A2 et B2 puis on tire la poignée vers le bas.

- Sur certains claviers, les opérateurs $\times, :$ sont désignés par $*, /$.
- Pour saisir 6^3 on peut saisir $6*6*6$ ou 6^3 .

Modification de la feuille pour calculer la valeur de $x^3 - 5x + 8$ pour d'autres nombres entiers

	A	B
1	x	$x^3 - 5x + 8$
2	253	16193020

→

	A	B
1	x	$x^3 - 5x + 8$
2	253	16193020
3	254	16385802
4	255	16580108
5	256	16775944
6	257	16973316

Le tableur modifie les valeurs de la colonne A et recalcule les résultats de la colonne B.

On modifie la valeur contenue dans la cellule A2. On sélectionne la cellule A2 puis on tire la poignée vers le bas.

Conclusion : Si x désigne un nombre entier, $x^3 - 5x + 8$ semble être un nombre pair.